

UNIVERZITET CRNE GORE
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET PODGORICA

Filip Mišurović

**PROBABILISTIČKA ANALIZA TOKOVA SNAGA U
SAVREMENIM ELEKTROENERGETSKIM SISTEMIMA
PRIMJENOM NUMERIČKIH METODA**

MASTER RAD

Podgorica, 2023.

PODACI I INFORMACIJE O MAGISTRANDU

Ime i prezime: Filip Mišurović

Datum i mjesto rođenja: 25. april 1997, Podgorica, Crna Gora

Naziv završenog osnovnog studijskog programa i godina završetka studija:
Energetika i automatika (smjer: Elektroenergetski sistemi), 2018.

Naziv završenog specijalističkog studijskog programa i godina završetka studija:
Energetika i automatika (grupa: Elektroenergetski sistemi), 2019.

INFORMACIJE O MASTER RADU

Naziv postdiplomskog studija: Energetika i automatika

Naslov rada: Probabilistička analiza tokova snaga u savremenim elektroenergetskim sistemima primjenom numeričkih metoda

Fakultet/Akademija na kojem je rad odbranjen: Elektrotehnički fakultet Podgorica

UDK, OCJENA I ODBRANA MASTER RADA

Datum prijave master rada: 22. septembar 2022.

Datum sjednice Vijeća na kojoj je prihvaćena tema: 14. decembar 2022.

Komisija za ocjenu teme i podobnosti magistranda:

- prof. dr Vladan Radulović, Elektrotehnički fakultet Podgorica
- prof. dr Saša Mujović, Elektrotehnički fakultet Podgorica
- doc. dr Martin Čalasan, Elektrotehnički fakultet Podgorica

Mentor: prof. dr Saša Mujović, Elektrotehnički fakultet Podgorica

Komisija za ocjenu rada:

- prof. dr Vladan Radulović, Elektrotehnički fakultet Podgorica
- prof. dr Saša Mujović, Elektrotehnički fakultet Podgorica
- doc. dr Martin Čalasan, Elektrotehnički fakultet Podgorica

Komisija za odbranu rada:

- prof. dr Vladan Radulović, Elektrotehnički fakultet Podgorica
- prof. dr Saša Mujović, Elektrotehnički fakultet Podgorica
- doc. dr Martin Čalasan, Elektrotehnički fakultet Podgorica

Datum odbrane: 6. jul 2023.

ETIČKA IZJAVA

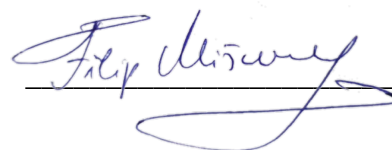
U skladu sa članom 22 Zakona o akademskom integritetu i članom 24 Pravila studiranja na postdiplomskim studijama, pod krivičnom i materijalnom odgovornošću, izjavljujem da je master rad pod naslovom

„Probabilistička analiza tokova snaga u savremenim elektroenergetskim sistemima primjenom numeričkih metoda“

moje originalno djelo.

Podgorica, 24. maj 2023.

Filip Mišurović



PREDGOVOR

Početak dvadeset i prvog vijeka obilježio je svijet nauke i tehnologije dinamičnim promjenama. Njima nije odoljela ni elektrotehnika, odnosno elektroenergetika kao oblast mog akademskog interesovanja. Zadivljujuć rast primjene obnovljivih izvora i evolucija tržišta električne energije unijeli su u sferu elektroenergetskih sistema niz nesigurnosti koje je potrebno uočiti, razumjeti i posljedično iskoristiti u cilju daljeg tehničkog i ekonomskog napretka.

Sa druge strane, dostupnost mjernih uređaja i instrumenata, kao i tekovine informaciono-komunikacionih tehnologija stavili su istraživače u jedinstvenu poziciju. Ogromna količina mjernih podataka sa svih krajeva električne mreže otvara potpuno novu perspektivu istraživanja i stavlja fokus na primjenu metoda vjerovatnoće i statistike.

Upravo u duhu gorenavedenih ideja pristupio sam istraživanju koje je opisano u ovom radu. Jedan od najkarakterističnijih proračuna elektroenergetskih sistema – analizu tokova snaga, primijenjenu na modernu električnu mrežu, razmatrao sam u probabilističkom kontekstu.

Veliku zahvalnost što je ovaj rad ugledao svjetlost dana dugujem svom mentoru, uvaženom prof. dr Saši Mujoviću, koji mi je kroz saradnju na kursu „Kvalitet električne energije“ odškrinuo vrata ove izrazito zanimljive i izazovne oblasti. Dalja podrška sa njegove strane, kako u smislu motivacije, tako i stručne pomoći i usmjeravanja bila je neprocjenjiva.

Dodatno, koristim priliku da uputim posebnu zahvalnost porodici i prijateljima za stalnu brigu i podsticaj tokom izrade ovog rada.

IZVOD RADA

Intenzivni razvoj i primjena obnovljivih izvora zasnovanih na energiji vjetra i sunca koja nije stalnog karaktera i podložna je prirodnim meteorološkim fenomenima, kao i promjenljiva potrošnja stavljaju analizu tokova snaga u modernim elektroenergetskim sistemima pred veliki izazov. Tradicionalni postupak utemeljen na determinističkom pristupu ovom proračunu nije sposoban da kvalitetno uzme u obzir rastuće nesigurnosti. Stoga se nameće potreba za metodama zasnovanim na teoriji vjerovatnoće.

U ovom radu je dat detaljan pregled literature koja se tiče metoda probabilističkog pristupa analizi tokova snaga, uz poseban osvrt na numeričke metode izvedene Monte Karlo simulacijom koje su predmet daljeg istraživanja. Predložena je mogućnost korišćenja Haltonovih sekvenci za uzorkovanje vrijednosti za numeričku analizu i razmotrena njena upotrebljivost u poređenju sa bazičnom metodom uzorkovanja – jednostavnim slučajnim odabiranjem i, ranije primjenjivanom, kvazi-slučajnom *Latin Hypercube* tehnikom. Za potrebe ovog istraživanja vršene su simulacije primjenom programa MATLAB, a korišćeni su različiti IEEE testni sistemi na koje su naknadno dodati vjetro i solarni generatori.

Rezultati sprovedenih simulacija su pokazali preimućstvo kvazi-slučajnih metoda u odnosu na metodu jednostavnog slučajnog odabiranja kada su primijenjene za brzu numeričku analizu. Poređenje metoda je vršeno za sisteme različitih veličina, različitog udjela distribuirane proizvodnje, kao i za različit broj iteracija. U svim ispitanim situacijama predložena Haltonova metoda odabiranja je dala približno kvalitetan i pouzdan proračun kao *Latin Hypercube* tehnika, uspješno izlazeći na kraj sa izazovima veće penetracije obnovljivih izvora.

Ovim master radom je, dakle, primjena Haltonove tehnike odabiranja za potrebe analize tokova snaga pozicionirana kao upotrebljiv i praktičan alat za razumijevanje fenomena savremenih električnih mreža.

Ključne riječi: analiza tokova snaga, distribuirana proizvodnja, Haltonove sekvence, numeričke metode, probabilistički pristup

ABSTRACT

Dynamic development and application of renewable resources based on wind and solar energy, whose production is of intermittent nature and is subject to natural meteorological phenomena, as well as variable consumption represent a big challenge to the load flow analysis of modern power systems. The traditional procedure based on a deterministic approach is not capable of taking into account the growing uncertainties. Therefore, there is a need for usage of methods based on probability theory.

A detailed literature overview of the probabilistic approaches to the load flow analysis is given in this paper, with a special reference to the numerical methods performed by Monte Carlo simulation, which are the main subject of further research. The possibility of using Halton sequences for sampling values for numerical analysis was proposed and its usability was discussed in comparison to the basic sampling method – simple random sampling and, previously applied, quasi-random Latin Hypercube technique. For the purposes of this research, various simulations were performed in MATLAB software by using several IEEE test systems to which additional wind and solar generators were added.

The results of the conducted simulations showed the superiority of quasi-random methods in contrast to simple random sampling technique when they are applied for quick numerical analysis. The methods comparison was performed for systems of different sizes, with a different distributed generation share and for a different number of iterations. In all the performed tests, the proposed Halton method provided the results of similar quality and equally reliable calculation as the Latin Hypercube technique, successfully overcoming the challenges of greater renewable resources penetration.

Therefore, the application of Halton sampling technique for the purposes of load flow calculation is positioned through this master thesis as a usable and practical tool for analysing the phenomena of modern electrical networks.

Key words: distributed generation, Halton sequences, load flow analysis, numerical methods, probabilistic approach

SADRŽAJ

| | |
|-------------------------------------------------|----|
| Predgovor | 4 |
| Izvod rada | 5 |
| Abstract..... | 6 |
| 1. Uvod | 11 |
| 2. Analiza tokova snaga..... | 15 |
| 2.1. Determinističke metode..... | 16 |
| 2.1.1. Njutn-Rapsonova metoda | 18 |
| 2.2. Probabilističke metode | 20 |
| 2.2.1. Analitičke metode..... | 21 |
| 2.2.2. Numeričke metode..... | 24 |
| 2.2.3. Metode aproksimacije..... | 26 |
| 3. Raspodjele vjerovatnoće..... | 28 |
| 3.1. Normalna raspodjela..... | 29 |
| 3.2. <i>Weibull</i> -ova raspodjela | 30 |
| 4. Modelovanje slučajnih promjenljivih..... | 32 |
| 4.1. Model proizvodnje vjetroelektrana..... | 32 |
| 4.2. Model proizvodnje solarnih elektrana | 38 |
| 4.3. Model potrošnje..... | 43 |
| 5. Stohastičke metode odabiranja | 44 |
| 5.1. Monte Karlo metoda..... | 44 |
| 5.2. Haltonova metoda odabiranja..... | 46 |
| 6. Primjer primjene – simulacija..... | 49 |
| 6.1. Algoritam simulacije | 51 |

| | |
|----------------------------------|----|
| 6.2. Simulacioni scenariji | 54 |
| 6.3. Rezultati..... | 54 |
| 7. Zaključak | 60 |
| Literatura | 62 |

POPIS TABELA

| | |
|------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 Karakteristike vjetroturbine | 36 |
| Tabela 2 Karakteristike FN sistema..... | 43 |
| Tabela 3 Pregled simulacionih scenarija | 54 |

POPIS SLIKA

| | |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 1 Podjela pristupa proračunu tokova snaga | 16 |
| Slika 2 Funkcija gustine vjerovatnoće normalne raspodjele..... | 29 |
| Slika 3 Funkcija gustine vjerovatnoće <i>Weibull</i> -ove raspodjele | 31 |
| Slika 4 Udio proizvodnje električne energije iz vjetroatregata (1998-2021)..... | 33 |
| Slika 5 Šematski prikaz strukture vjetroatregata..... | 34 |
| Slika 6 Brzine vjetra za posmatrani vremenski period..... | 35 |
| Slika 7 Histogram brzina vjetra sa modelovanom funkcijom gustine vjerovatnoće..... | 36 |
| Slika 8 Vjetroturbina sa dvostrano napajanim asinhronim generatorom | 37 |
| Slika 9 Zavisnost izlazne snage vjetroatregata od brzine vjetra | 38 |
| Slika 10 Instalirani solarni proizvodni kapaciteti (2005-2021) | 40 |
| Slika 11 Prosječna cijena solarnih FN modula (1976-2019) | 41 |
| Slika 12 Struktura FN ćelije..... | 42 |
| Slika 13 Uzorak odabran jednostavnim slučajnim odabiranjem..... | 47 |
| Slika 14 Uzorak odabran <i>Latin Hypercube</i> metodom..... | 48 |
| Slika 15 Uzorak odabran Haltonovom metodom..... | 48 |
| Slika 16 Konfiguracija testnog sistema od 14 čvorova..... | 50 |
| Slika 17 Konfiguracija testnog sistema od 30 čvorova..... | 50 |
| Slika 18 Konfiguracija testnog sistema od 118 čvorova..... | 51 |
| Slika 19 Algoritam primjene razmatranih metoda | 53 |
| Slika 20 Poređenje srednjih relativnih grešaka vrijednosti napona u čvoru 14 testnog sistema od 14 čvorova | 55 |
| Slika 21 Poređenje srednjih relativnih grešaka vrijednosti napona u čvoru 8 testnog sistema od 30 čvorova | 56 |

| | |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Slika 22 Poređenje srednjih relativnih grešaka vrijednosti napona u čvoru 115 testnog sistema od 118 čvorova | 57 |
| Slika 23 Trajanje proračuna za različite metode uzorkovanja | 59 |

1. UVOD

Polazeći od osnovne definicije funkcije elektroenergetskih sistema – sigurno, pouzdano i ekonomično snabdijevanje potrošača dovoljnim količinama električne energije propisanog kvaliteta, očigledna je važnost stalnog unapređenja kvaliteta isporučene energije. Međutim, trendovi prisutni u prethodnom periodu dodatno su postavili ovu oblast u fokus interesovanja istraživača, ali i cjelokupne javnosti.

Proteklih godina razvoj sektora elektroenergetike obilježilo je formiranje i jačanje slobodnog tržišta električne energije. Segmentacijom nekada vertikalno integrisanih elektroprivrednih preduzeća nastao je niz nezavisnih subjekata od kojih su mnogi međusobno konkurentski orijentisani. Zahvaljujući borbi za dio „tržišnog kolača“, oni su dodatno motivisani da potrošačima, kao krajnjim korisnicima, ponude povoljnije i pouzdanije usluge snabdijevanja. Na taj način, pitanje kvaliteta električne energije i održavanja naponskih parametara unutar definisanih opsega, postaje ekonomski interesantna tema što posljedično uvećava njen značaj i u inženjerskom smislu [1].

Sa druge strane, proces globalnog zagrijavanja, uzrokovan emitovanjem gasova staklene bašte, nije više stvar najava i upozorenja, već je uveliko vidljiv. U skladu sa tim, problematika energije je visoko na listi prioriteta Ujedinjenih nacija koje su u okviru svoje „Agende za održivi razvoj do 2030. godine“ [2] pristupačnu i čistu energiju navele kao jedan od sedamnaest ciljeva („Osigurati pristup dostupnoj, pouzdanoj, održivoj i modernoj energiji za sve.“). Osim toga, države Evropske unije su definisale svoje ciljeve održivog razvoja kroz dokument „Evropski zeleni dogovor“, među kojima se posebno ističe dostizanje klimatske neutralnosti do 2050. godine [3].

Imajući u vidu jasno definisane ciljeve i pravce djelovanja klimatske politike, sve su stroži kriterijumi za izgradnju novih proizvodnih kapaciteta iz fosilnih goriva, prvenstveno uglja. Usljed toga, savremene tendencije razvoja sistema donose rastuću tražnju za obnovljivim izvorima energije, kao što su vjetroparkovi i solarne elektrane, čiji se udio u ukupnoj proizvodnji konstantno uvećava [4]. Količina energije koju oni proizvode je veoma promjenljiva i visoko zavisna od meteoroloških uslova kao što su

brzina vjetra i sunčevo zračenje, što ih čini nedostupnim za dispečing i generalno veoma izazovnim za upravljanje [5].

Još jedna karakteristika savremene energetike je aktuelizovanje distribuirane proizvodnje koja uspostavlja potpuno novu kategoriju elemenata električnih mreža – tzv. potrošače (eng. *prosumers*), tj. potrošače koji su sposobni da proizvode energiju za sopstvene potrebe i eventualno za susjedne djelove sistema. Njihovi mali generatori su upravo oni koji koriste intermitentni energetska potencijal vjetra i sunca.

Da su obnovljivi izvori uveliko izašli iz domena istraživača i eko-entuzijasta jasno je već nekoliko godina. Interesantan je njihov doprinos proizvodnji tokom *covid-19* krize i mjera zaključavanja u Evropi u prvoj polovini 2020. godine. Taj period su okarakterisali do tada nezabilježeni padovi opterećenja i umanjenje proizvodnje iz termoelektrana na ugalj i nuklearna goriva. Njihovu ulogu su nadomjestili obnovljivi izvori ukazujući na svoju sposobnost bez značajnih gašenja i skraćanja kapaciteta [6]. I nama u Crnoj Gori je jasno da su obnovljivi izvori nezaobilazan dio energetske sistema. Tako je, npr. 17. septembra 2022. naša država bila treća u Evropi po udjelu u proizvodnji iz energije vjetra sa 36% [7].

Osim promjenljive proizvodnje iz obnovljivih izvora, električna vozila predstavljaju još jedan značajan činilac koji se mora pažljivo razmotriti u smislu funkcionisanja savremenih sistema. Sa jedne strane, oni funkcionišu kao potrošači električne energije – uspješno doprinoseći rastućim zahtjevima u oblasti kvaliteta vazduha i životne sredine, ali sve više dolazi do izražaja i njihova spremnost da rade kao sistemi za skladištenje energije. Njihov doprinos „peglanju“ vršnih opterećenja se prepoznaje kao veliki potencijal za dalji razvoj te tehnologije [8]. Međutim, takva vrsta rada komplikuje njihovu integraciju u mrežu [9] i zahtijeva procjenu njihovog uticaja u probabilističkom smislu.

Uzimajući u obzir sve prethodno navedeno, jasno je da moderni energetske sistemi imaju sve manje sličnosti sa tradicionalnim. Sljedstveno tome, ni tradicionalni koncept analize tokova snaga u sistemima, zasnovan na fiksnim vrijednostima, ne može da garantuje pouzdane rezultate. On suštinski ne uspijeva da obuhvati nesigurnosti

prisutne u proizvodnji i potrošnji kakvim danas svjedočimo, odnosno daće nam rezultat samo za tačno definisan trenutak bez šire slike o ponašanju sistema [10].

Prema tome, svi nabrojani noviteti zahtijevaju kvalitetnije praćenje i prikaz sistemskih promjenljivih. Način da se to ostvari je primjena probabilističkog pristupa analizi tokova snaga, koji uzima u obzir nesigurnosti i kao rezultat nudi stohastičke opsege slučajnih promjenljivih (npr. napona čvorova) nasuprot fiksnim vrijednostima [11].

U drugom poglavlju ovog rada će biti dat opis analize tokova snaga u elektroenergetskim sistemima, njen značaj, cilj i primjena. Nadalje, biće objašnjena podjela analize prema determinističkom i probabilističkom pristupu. Matematički model determinističkog proračuna tokova snaga u mreži, kao i najčešći postupci za njegovo rješavanje će biti izloženi. Takođe, detaljno će se demonstrirati jedan od njih – Njutn-Rapsonova iterativna metoda koja će biti korišćena tokom vršenja simulacija u nastavku rada. Sa druge strane, biće dat pregled probabilističkih metoda analize tokova snage, njihova osnovna ideja i podjela na tri grupe tehnika – analitičke, numeričke i tehnike aproksimacije. Za svaku od ovih grupa će biti prikazan sistematičan pregled literature i dosadašnjih istraživanja.

Naredno poglavlje se bavi teorijom vjerovatnoće sa fokusom na funkcijama raspodjele vjerovatnoće koje se koriste za modelovanje slučajnih promjenljivih. Detaljnije će se obrazložiti normalna i *Weibull*-ova raspodjela koje će se u nastavku rada koristiti za modelovanje veličina bitnih za analizu.

Četvrto poglavlje donosi pojašnjenje konkretnih modela snaga proizvodnje iz obnovljivih izvora zasnovanih na energiji vjetra i sunca, kao i potrošnje. Prikazano je kako se od realnih meteoroloških podataka o vjetru i iradijaciji kreiraju modeli izlazne snage odgovarajućih proizvodnih kapaciteta, a koji su osnova za statističko odabiranje vrijednosti.

U petom poglavlju biće predstavljena teorijska osnova metoda odabiranja korišćenih u sprovedenim simulacija, počevši od jednostavnog slučajnog odabiranja do predložene Haltonove metode.

U šestom poglavlju, predložena metoda analize tokova snaga će biti primijenjena na testne modele elektroenergetskih sistema različitih veličina i udjela proizvodnje iz obnovljivih izvora. Osim Haltonove metode, isti istraživački scenariji će biti realizovani i srodnim numeričkim tehnikama radi komparativne analize. Biće dat opis korišćenih testnih modela i algoritma simulacije, kao i dobijeni rezultati uz prateće grafičke priloge. Rezultati će se porediti zavisno od inicijalnih simulacionih uslova i adekvatno komentarisati.

Konačno, u završnom poglavlju rada će biti sumirani dobijeni rezultati i dometi istraživanja. Iznijeće se odgovarajući zaključci o primjenjivosti i uspješnosti predložene metode i ukazaće se na mogućnosti potencijalnog nastavka istraživačkog procesa uzimajući u obzir uočene probleme i ograničenja.

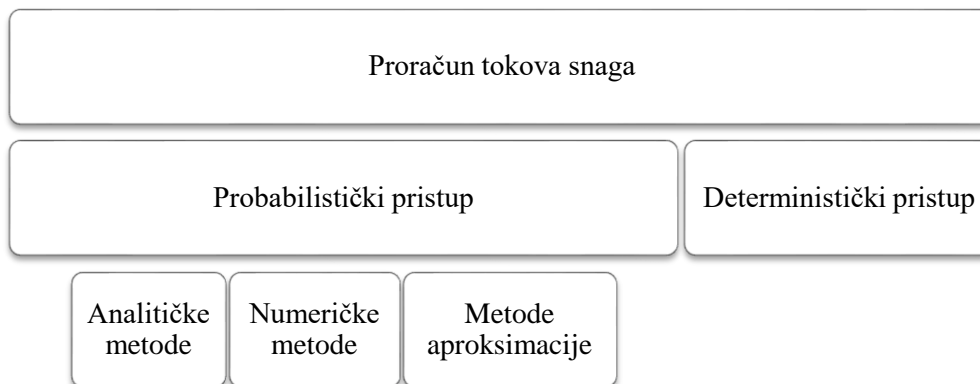
2. ANALIZA TOKOVA SNAGA

Analiza tokova snaga je jedan od najvažnijih i najkorišćenijih proračuna u oblasti analize elektroenergetskih sistema. Rezultati tog proračuna ključni su za kvalitetno planiranje novih i eksploataciju postojećih sistema. Na osnovu podataka dobijenih ovom analizom razmatraju se potrebe za izgradnjom novih elemenata sistema, određuju optimalne lokacije i kapaciteti dodatnih proizvodnih jedinica, transformatorskih postrojenja, vodova, sredstava za kompenzaciju reaktivne energije itd. [12]. Takođe, njime se obezbeđuje da postojeći elementi mogu izdržati naprezanja tokom ustaljenog radnog režima bez straha od oštećenja. Zaključci dobijeni ovom analizom služe i za određivanje optimalnog rada sistema iz aspekta ekonomičnosti. Dodatno, iako se dobijeni podaci odnose na ustaljeni radni režim sistema, njen algoritam predstavlja osnov i za dinamičke analize koje se tiču stabilnosti sistema [13].

Cilj analize tokova snaga predstavlja određivanje podataka o amplitudama i faznim stavovima napona svih čvorova mreže, a na osnovu toga i tokova aktivnih i reaktivnih snaga duž vodova sistema. Ulazni podaci koji se koriste su parametri i konfiguracija mreže, poznate aktivne i reaktivne snage potrošača, kao i aktivne snage i amplitude napona generatora. Osim njih, kao poznate veličine se uzimaju i podaci o instalisanim baterijama kondenzatora i reaktora i prenosnom odnosu regulacionih transformatora.

Dva su pristupa proračunu tokova snaga zavisno od potrebe za uvažavanjem nesigurnosti u sistemu. Prvi, deterministički, koji na osnovu tačno određenih vrijednosti ulaznih podataka daje konkretne vrijednosti dobijenih rezultata. I drugi, probabilistički, koji koristeći funkcije raspodjele vjerovatnoće obuhvata nesigurnosti ulaznih podataka i daje opsege proračunatih vrijednosti u skladu sa određenom vjerovatnoćom. Među metodama koje koriste probabilistički pristup postoje tri podgrupe metoda: analitičke – koje se zasnivaju na konvoluciji funkcija raspodjele vjerovatnoće, numeričke – koje vrše veliki broj determinističkih proračuna nasumično birajući ulazne podatke Monte Karlo metodom i metode aproksimacije – koje statističkim aproksimacijama ublažavaju računsku obimnost numeričkih metoda.

Na slici 1 prikazana je podjela pristupa proračunu tokova snaga.



Slika 1 Podjela pristupa proračunu tokova snaga

2.1. Determinističke metode

Analizirajmo trofaznu uravnoteženu mrežu sa n nezavisnih čvorova (i dodatnim referentnim čvorom nultog potencijala – zemlja) koja se može posmatrati jednofazno i čije su veličine date u jediničnim vrijednostima.

Čvorovi u mreži, zavisno od poznatih veličina koje se vezuju za njega (aktivna snaga, reaktivna snaga, amplituda i fazni stav napona), mogu biti:

- balansni čvor – koji se odnosi na generator koji reaguje na sve promjene opterećenja u sistemu, pa su kod njega fiksne vrijednosti napona i to $\underline{U}=1\angle 0^\circ$,
- generatorski čvor – koji se odnosi na sve ostale generatorske jedinice u sistemu, pa su kod njega poznati aktivna snaga P i amplituda napona U ,
- potrošački čvor – na koji je priključen samo potrošač sa poznatom aktivnom i reaktivnom snagom P i Q .

Za ovakvu mrežu važi jednačina napona nezavisnih čvorova:

$$\underline{I} = \underline{Y} \cdot \underline{U} \quad (1)$$

gdje su $\underline{Y} = \underline{G} + j\underline{B}$ kompleksna matrica admitansi nezavisnih čvorova, a \underline{I} i \underline{U} kompleksni vektori struja injektiranja i napona nezavisnih čvorova. Za čvor i važi:

$$\underline{I}_i = \sum_{j=1}^n \underline{Y}_{ij} \underline{U}_j = \sum_{j=1}^n (G_{ij} + jB_{ij})(U_j e^{j\theta_j}) \quad (2)$$

gdje su G_{ij} i B_{ij} konduktansa i susceptansa grane između čvorova i i j , a U_j i θ_j amplituda i fazni stav napona u čvoru j .

Prividna snaga u čvoru i data je izrazom:

$$\underline{S}_i = P_i + jQ_i = \underline{U}_i \underline{I}_i^* \quad (3)$$

i na osnovu izraza (2) dobija se:

$$\underline{S}_i = U_i e^{j\theta_i} \sum_{j=1}^n (G_{ij} - jB_{ij})(U_j e^{-j\theta_j}) \quad (4)$$

Razdvajanjem realne i imaginarne komponente izraza (4) dobijaju se izrazi za aktivnu i reaktivnu snagu koja se injektira u čvor i :

$$P_i = U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \cos \theta_{ij} + B_{ij} \sin \theta_{ij})$$

$$Q_i = U_i \sum_{j=1}^n U_j (G_{ij} \sin \theta_{ij} - B_{ij} \cos \theta_{ij}) \quad (5)$$

gdje je $\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$ fazna razlika napona u čvorovima i i j , a $i=1, 2, \dots, n-1$, pri čemu je n -ti čvor balansni.

Dobijeni sistem nelinearnih algebarskih jednačina (5) predstavlja matematički model proračuna tokova snaga u mreži. Za njegovo rješavanje potrebni su iterativni numerički postupci. Razvojem računarske tehnike osmišljen je veliki broj numeričkih algoritama, među kojima se za ove namjene izdvajaju Gaus-Zajdelov i Njutn-Rapsonov postupak. Radi ubrzanja računске procedure i manjeg korišćenja memorije razvijeni su raspregnuti i brzi raspregnuti, kao i linearni DC metod za proračun tokova snaga.

U nastavku će detaljnije biti izloženi principi primjene Njutn-Rapsonove metode za proračun tokova snaga u mreži.

2.1.1. Njutn-Rapsonova metoda

Njutn-Rapsonova metoda predstavlja algoritam za rješavanje nelinearnih algebarskih jednačina. Razvojem jednačina u Tejlorov red problem se svodi na uzastopno rješavanje linearnih jednačina kroz iterativni proces, sve do zadovoljenja određenog kriterijuma tačnosti.

Posmatrajmo sistem jednačina oblika:

$$\begin{aligned}f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_1 \\f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_2 \\&\dots \\f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) &= y_n\end{aligned}\tag{6}$$

gdje je f_i funkcija koja povezuje nepoznate x_i sa poznatim parametrima y_i .

Ako su početne vrijednosti promjenjivih x_i oblika $x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}$, a razlike između procijenjenih početnih i stvarnih rješenja $\Delta x_1, \Delta x_2, \dots, \Delta x_n$, stvarna rješenja su oblika:

$$\begin{aligned}x_1 &= x_1^{(0)} + \Delta x_1 \\x_2 &= x_2^{(0)} + \Delta x_2 \\&\dots \\x_n &= x_n^{(0)} + \Delta x_n\end{aligned}\tag{7}$$

Iz sistema (6) i (7) slijedi:

$$\begin{aligned}f_1(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= y_1 \\f_2(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= y_2 \\&\dots \\f_n(x_1^{(0)} + \Delta x_1, x_2^{(0)} + \Delta x_2, \dots, x_n^{(0)} + \Delta x_n) &= y_n\end{aligned}\tag{8}$$

Razvojem sistema jednačina (8) u Tejlorov red, uz pretpostavku da su procijenjene početne vrijednosti bliske stvarnim, čime se omogućava zanemarivanje svih parcijalnih izvoda višeg reda, dobija se:

$$\begin{aligned}
f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_1}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial f_1}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_1}{\partial x_n} &= y_1 \\
f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_2}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial f_2}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_2}{\partial x_n} &= y_2 \\
&\dots \\
f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) + \Delta x_1 \frac{\partial f_n}{\partial x_1} + \Delta x_2 \frac{\partial f_n}{\partial x_2} + \dots + \Delta x_n \frac{\partial f_n}{\partial x_n} &= y_n
\end{aligned} \tag{9}$$

ili u matricnoj formi:

$$\begin{bmatrix} y_1 - f_1(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ y_2 - f_2(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \\ \dots \\ y_n - f_n(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_2} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \right|_0 \\ \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_2} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_2}{\partial x_n} \right|_0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_1} \right|_0 & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_2} \right|_0 & \dots & \left. \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \right|_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \dots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \tag{10}$$

tj.

$$\mathbf{y} - \mathbf{f}(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{J}^{(0)} \cdot \Delta \mathbf{x} \tag{11}$$

gdje je \mathbf{J} Jakobijan za funkcije f_i . Elementi matrica \mathbf{y} , $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ i \mathbf{J} se dobijaju zamjenom tekućih vrijednosti x_i u svakoj iteraciji. Zatim se vektor $\Delta \mathbf{x}$ dobija rješavanjem sistema linearnih jednačina (11). Nakon toga, računaju se nove vrijednosti x_i , kao

$$x_i^{(1)} = x_i^{(0)} + \Delta x_i \tag{12}$$

Procedura se ponavlja dok se ne zadovolji unaprijed predviđena stopa tačnosti ε :

$$|\Delta x_i| < \varepsilon \tag{13}$$

Primjena Njutn-Rapsonovog metoda za proračun tokova snaga podrazumijeva sastavljanje sistema jednačina koje povezuju promjene u aktivnim i reaktivnim snagama sa promjenama amplituda i faznih stavova napona u čvorovima preko matrice Jakobijana sistema. Primjenom ove metode na sistem nelinearnih algebarskih jednačina (5) dobija se:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta U \end{bmatrix} \quad (14)$$

gdje su J_1 , J_2 , J_3 i J_4 blok-matrice Jakobijana čiji se elementi izračunavaju kao parcijalni izvodi sistema jednačina (5).

Proceduru proračuna tokova snaga ovom metodom treba započeti pretpostavljanjem početnih vrijednosti amplituda i faznih stavova napona čvorova, osim balansnog. Obično se kao početne vrijednosti uzimaju nominalne vrijednosti, tj. $\underline{U}_i^{(0)} = 1 \angle 0^\circ$. Na osnovu tih vrijednosti, sistemom jednačina (5) računaju se aktivne i reaktivne snage P_i i Q_i za sve čvorove, osim balansnog. Iznosi snaga za potrošačke čvorove su unaprijed zadati pa se mogu proračunati promjene, tj. greške za snage ΔP_i i ΔQ_i . Nakon toga, rješava se sistem linearnih jednačina (14) kako bi se odredile korekcije napona ΔU_i i $\Delta \theta_i$. Na osnovu toga koriguju se vrijednosti napona u narednoj iteraciji i na osnovu njih se računaju nove vrijednosti grešaka za snage. Proces se nastavlja kroz nekoliko iteracija sve dok iznos greške u snazi ne zadovolji unaprijed zadati stepen tačnosti.

Treba napomenuti da u slučaju generatorskih čvorova, umjesto jednačine za reaktivnu snagu u sistemu jednačina (5), koristi se jednačina za poznatu amplitudu napona čvora $|\underline{U}_i| = U_i$.

2.2. Probabilističke metode

Tradicionalni pristup proračunu tokova snaga zasniva se na determinističkim metodama. Taj pristup uzima kao ulazne veličine konkretne vrijednosti proizvodnje i potrošnje, najčešće prosječne očekivane vrijednosti, vrši proračun i daje konkretne vrijednosti napona. Na osnovu procjene i iskustva istraživača mogu se, eventualno, dodatno razmotriti vrijednosti ulaznih podataka za neke kritične režime rada [14]. Drugim riječima, deterministički pristup daje samo *snapshot* stanja sistema, zanemarujući nesigurnosti koje proizilaze iz promjenljive potrošnje ili proizvodnje iz obnovljivih izvora. O potrebi za drugačijim pristupom analizi tokova snaga, a na osnovu nje i kvaliteta napona u mreži, govori i novi evropski standard o karakteristikama

napona električne energije isporučene iz javnih električnih mreža EN-50160 [15]. On zahtijeva od operatora distributivnih sistema da zadovolje određene stohastičke opsege naponskih veličina, za razliku od opsega fiksnih vrijednosti.

Kao moguće rješenje, neki autori su predložili tzv. stohastički proračun tokova snaga koji se zasniva na pretpostavci da su raspodjele vjerovatnoća stanja sistema i rezultata analize tokova snaga normalno raspodijeljene. Ova pretpostavka znatno olakšava proračun, ali je vremenom odbačena kao veoma nepouzdana [16].

Sa druge strane, probabilistički pristup analizi tokova snaga može uzeti u obzir nesigurnosti koje se tiču konfiguracije mreže, opterećenja, proizvodnje iz obnovljivih izvora, inteziteta otkaza opreme, itd. na način što će vršiti proračun na osnovu poznate raspodjele vjerovatnoća ovih veličina dobijene statističkom analizom istorijskih podataka. Kao rezultat, i stanja sistema (npr. naponi čvorova) će biti stohastički opisana. Probabilistički pristup proračunu tokova snaga prvi put je predložen još sredinom sedamdesetih godina dvadesetog vijeka [17], ali je posebno aktuelizovan rastućom penetracijom proizvodnje iz obnovljivih izvora [18].

Više je grupa metoda probabilističkog pristupa proračunu tokova snaga. Analitičke metode se zasnivaju na konvoluciji funkcija raspodjele vjerovatnoće, matematički su elegantne, ali podrazumijevaju i čitav niz aproksimacija nad realnim sistemima. Sa druge strane, numeričke metode vrše veliki broj determinističkih proračuna tokova snaga koristeći Monte Karlo metodu koja nasumično odabira ulazne veličine predstavljene funkcijama raspodjele vjerovatnoće. One su veoma precizne, ali je za dobar rezultat potreban veliki broj iteracija čime vrijeme proračuna može biti veliko. Metode aproksimacije su naslonjene na numeričke, ali aproksimiraju statističke podatke o promjenljivima kako bi znatno redukovale potreban broj determinističkih proračuna.

2.2.1. Analitičke metode

Osnovna ideja analitičkih tehnika je čisto matematička – izvršiti konvoluciju poznatih funkcija gustine vjerovatnoće snaga potrošnje i proizvodnje i kao rezultat dobiti funkcije gustine vjerovatnoće odgovarajućih stohastičkih promjenljivih stanja

sistema. Međutim, jednačine tokova snaga su nelinearne, a ulazne promjenljive u različitim čvorovima mreže često nijesu potpuno nezavisne, pa primjena konvolucije funkcija vjerovatnoće podrazumijeva određene aproksimacije.

Dakle, za potrebe primjene analitičkih tehnika probabilističkog proračuna tokova snage čine se sljedeće aproksimacije: linearizuju se jednačine tokova snaga, pretpostavlja se potpuna nezavisnost ili linearna zavisnost ulaznih promjenljivih, opterećenje, odnosno proizvodnja se modeluju normalnom i diskretnom raspodjelom i pretpostavlja se da su konfiguracija mreže i parametri konstantni.

Linearizacija jednačina tokova snaga razvijanjem jednačina u Tejlorov red se, u osnovi, vršila za konkretnu, očekivanu vrijednost ulaznih veličina [19]. Jasno je da je preciznost rezultata sve gora za vrijednosti koje su daleko od njima odgovarajućih prosječnih vrijednosti. Te greške su posebno vidljive na krajevima krive raspodjele napona, što može dovesti do pogrešnih zaključaka o kvalitetu napona u mreži i posljedično loših odluka koje se tiču razvoja sistema. Kako bi se ublažili efekti linearizacije koriste se brojne metode, među kojima je i multilinearizacija [20], tj. linearizacija jednačina ne samo oko očekivane vrijednosti, već oko još nekoliko drugih vrijednosti, pri čemu se za svaku od njih vrši konvolucija kako bi se dobile raspodjele vjerovatnoća rezultata koje se na kraju kombinuju u jedinstveni rezultat. Ovakvim pristupom dobijaju se pouzdaniji rezultati nego prostom linearizacijom. Dodatna tačnost ostvaruje se i primjenom metode predložene u [21], koja kombinuje multilinearizaciju i Monte Karlo metodu na način što se vrši multilinearizacija jednačina tokova snaga na osnovu ukupnog aktivnog opterećenja sistema, a zatim se za razmatrane tačke deterministički računaju tokovi snaga.

Kada je u pitanju efikasnost procesa konvolucije, početni pristupi zasnivali su se na primjeni Laplasove transformacije [22]. Unapređenje efikasnosti, u smislu potrebnog vremena, može se ostvariti primjenom brze Furijeove transformacije [23], mada je proračun i dalje veoma obiman.

Još jedan od analitičkih pristupa proračunu tokova snaga razmatra analizu ulaznih promjenljivih koje su diskretno raspodijeljene ili nijesu predstavljene Gausovom raspodjelom, tako što ih aproksimira težinskom sumom komponenti

modelovanih Gausovom raspodjelom [24]. Ova metoda, međutim, nije ni brža od primjene Furijeove transformacije niti preciznija od tehnika multilinearizacije.

Interesantan je pristup analizi tokova snaga primjenom teorije operacija nad sekvencama [25]. Ulazne promjenljive su predstavljene sekvencama vjerovatnoće koje se zatim procesuiraju primjenom standardnih operacija sa sekvencama. Rezultati ukazuju na efikasnost metode kada su u pitanju diskretne ulazne promjenljive, dok je nedostatak nemogućnost uspostavljanja zavisnosti među njima.

Dodatnu podgrupu analitičkih metoda čine one zasnovane na kumulantima u kombinaciji sa metodama razvoja redova, poput Gram-Šarlijeove ili Korniš-Fišerove metode. Velika prednost metoda sa kumulantima je smanjenje vremena proračuna u odnosu na klasične konvolutivne metode [26]. Pod pretpostavkom nezavisnosti među slučajnim promjenljivima, metoda kumulanata koristi algebarske operacije, a ne tehnike konvolucije. Na osnovu dobijenih kumulanata raspodjele slučajnih promjenljivih, metodama razvoja redova dobija se i oblik njihove raspodjele. Gram-Šarlijeova metoda je našla veliku primjenu među kumulantnim metodama [27], [28], [29]. Njena mana je to što se može koristiti samo za unimodalne raspodjele [26]. Druga mana je problem konvergencije prilikom rada sa raspodjelama koje nijesu Gausove, kada bolje rezultate daje Korniš-Fišerova metoda [30]. Ipak, njena primjena može imati problema sa preciznošću u bočnim regionima dobijene funkcije raspodjele [31].

Dodatno, komplikacije u radu sa kumulantnim metodama nastaju prilikom rada sa zavisnim slučajnim promjenljivima. Unapređenje u [32] predlaže modelovanje zavisnih ulaznih promjenljivih kao funkcija nekoliko nezavisnih promjenljivih koristeći Čoleski dekompoziciju.

Još jedan od problema koji se može pojaviti u radu sa kumulantima su greške izazvane velikim fluktuacijama ulaznih promjenljivih. U [33] se naglašava kako se proizvodnja iz vjetroelektrana može značajno mijenjati usljed fluktuacija brzine vjetra. Predlaže se da se uzorci slučajnih promjenljivih generišu inverznom Nataf transformacijom, a zatim da se te tačke grupišu u više klastera metodom K-srednjih vrijednosti. Nakon klasterizacije, uzorci unutar klastera imaju malu varijansu. Zatim slijedi računanje kumulanata izlaznih slučajnih promjenljivih.

Nasuprot kombinovanju metoda kumulanata sa metodama razvoja redova, ima i prijedloga kombinovanja sa algoritmom maksimalne entropije [34], Laplasovom transformacijom [35], kao i višestrukim integralima [36].

2.2.2. Numeričke metode

Numeričke metode probabilističkog pristupa proračunu tokova snaga predstavljaju primjenu Monte Karlo metode. Riječ je o proceduri koja se sastoji od stohastičke simulacije korišćenjem slučajnih promjenljivih. Na osnovu poznatih funkcija gustine vjerovatnoće ulaznih veličina, u ovom slučaju snage potrošnje i proizvodnje iz obnovljivih izvora, vrši se stohastičko odabiranje njihovih vrijednosti, a zatim deterministički proračun tokova snage u skladu sa tako odabranim vrijednostima. Simulaciju je potrebno ponoviti dovoljan broj puta kako bi se dobijene veličine (naponi čvorova u sistemu) mogle statistički obraditi i predstaviti u obliku funkcija gustine vjerovatnoće.

Prednost primjene numeričkih metoda leži u njihovoj preciznosti koja proizilazi iz sposobnosti primjene nelinearnih jednačina za analizu tokova snage koje se koriste u svakoj iteraciji, a pritom nijesu transformisane u neki računski jednostavniji oblik. Zahvaljujući izuzetnoj preciznosti, ove metode se koriste i za poređenje sa svim drugim probabilističkim metodama, kao i za ocjenu njihove korisnosti za rad. Uprkos tome, primjena Monte Karlo metode može zahtijevati dosta vremena kako bi se završio potreban broj iteracija. Razvojem računarske tehnike taj se nedostatak polako ublažava, ali i dalje ostaje najproblematičnija mana ovog pristupa.

Što se tiče broja iteracija koje je neophodno izvršiti pri korišćenju ove metode, taj broj ne zavisi od veličine analiziranog sistema. On može biti neki fiksni broj pretpostavljen na osnovu iskustva ili biti vezan za određeni koeficijent varijacije kojim se utvrđuje konvergencija metode.

Monte Karlo metode se mogu podijeliti prema načinu odabiranja proračunskih veličina [37]. Osnovna metoda je jednostavna metoda slučajnog uzorkovanja (eng. *simple random sampling*) za koju je karakteristično što se može desiti da odabrana vrijednost parametra u jednoj iteraciji bude vrlo bliska vrijednosti u narednoj. To

ukazuje na potrebu za jako velikim brojem ponavljanja kako bi se kvalitetno pokrile moguće vrijednosti ulaznih parametara. Njena se efikasnost teži unaprijediti. To se postiže primjenom *Latin Hypercube* metode koja nakon uzorkovanja vrijednosti slučajne promjenljive iz nekog intervala, uklanja čitav interval iz dalje analize čime obezbjeđuje bolju pokrivenost i, u konačnom, kraće vrijeme proračuna. Problem sa primjenom ove metode je stvaranje neželjene zavisnosti između odabranih vrijednosti, inače nezavisnih, slučajnih promjenljivih koja utiče na preciznost rezultata. To se rješava raznim tehnikama permutacije, kao što je na primjer Čoleski dekompozicija [38]. Takođe, u [39] se demonstrira kombinovanje *Latin Hypercube* metode sa metodom kopula koja omogućava definisanje zavisnosti između određenih slučajnih promjenljivih. U [40] je razmotren slučaj rada sa matricama korelacije koje nijesu pozitivno definitne, kombinovanjem Nataf transformacije, *Latin Hypercube* metode i dekompozicije matrice na singularne vrijednosti.

Za potrebe proračuna tokova snaga primjenjivana je i kvazi-Monte Karlo metoda koja se zasniva na kvazi-nasumičnom uzorkovanju, tj. proračunu na osnovu sekvenci niske diskrepanse nasuprot sekvencama pseudoslučajnih brojeva. U [41] se pokazala povoljnom za primjenu na radijalne distributivne sisteme. Jedna od kvazi-Monte Karlo metoda, *Latin Supercube* koja predstavlja kombinaciju digitalnih mreža i *Latin Hypercube* metode data je u [42], pokazujući rezultate zadovoljavajuće tačnosti u odnosu na slične numeričke metode.

Još jedna od raspoloživih metoda je i primjena *Uniform Design* odabiranja, razrađena u [43]. Ona funkcioniše tako što se generišu slučajni brojevi slučajnih promjenljivih prateći ravnomjernu raspodjelu između 0 i 1 *Uniform Design* tehnikom. Zatim se posredstvom marginalne transformacije tako generisani brojevi transformišu kako bi zadovoljili željenu raspodjelu ulaznih slučajnih promjenljivih. Konačno, generisani brojevi se permutuju tehnikom permutacije po rangui kako bi se obuhvatile zavisnosti među slučajnim promjenljivima. Ovakav hibridni pristup pokazao je prednosti u pogledu preciznosti i efikasnosti poredeći ga sa klasičnom Monte Karlo metodom.

U [44] je analizirana primjena kombinacije unaprijeđenog Sobolovog generatora kvazi-slučajnih brojeva i Džonsonovog sistema. Odabiranje uzoraka slučajnih

promjenljivih vrši se pomoću Sobolovog generatora kako bi se obezbijedila niska diskrepanza, odnosno efikasnost metode, dok se preko Džonsonovog sistema nudi preciznost prilikom modelovanja raspodjela vjerovatnoće, kako za jednodimenzionalne promjenljive, tako i u slučaju zavisnosti među višedimenzionalnim promjenljivima.

Poboljšanje efikasnosti Monte Karlo metode analizirano je i kroz primjenu neparametarskih procjena raspodjele rješenja proračuna tokova snaga. Njihova prednost je fleksibilnost u modelovanju skupa mjernih podataka koji nemaju analitičko rješenje ili je ono previše komplikovano. Jedna od procjena je adaptivna Kernel procjena raspodjele zasnovana na procesu linearne difuzije koji čini raspodjelu glatkom, demonstrirana u [45] i koja je dala željene rezultate brže od klasične Monte Karlo metode. Umjesto metode difuzije, u [46] se predlaže primjena neparametarske tehnike *Parzen Window* procjene raspodjele. Ukazuje se na jednostavniji pristup koji nudi procjenu raspodjele u svakoj tački.

2.2.3. Metode aproksimacije

Metode aproksimacije daju približan opis statističkih osobina traženih izlaznih slučajnih promjenljivih. Najveći broj ovih metoda zasniva se na tehnici tačkaste ocjene (eng. *point estimation*) koja je prvi put predložena u [47]. Kao njihova ključna prednost u odnosu na klasične numeričke metode zasnovane na Monte Karlo simulaciji izdvaja se proračunska jednostavnost uprkos tome što takođe u osnovi koriste deterministički proračun tokova snaga. Dodatno, za primjenu tačkaste ocjene nije potrebno potpuno poznavanje ulaznih slučajnih promjenljivih, već je dovoljno znati njihove osnovne osobine, poput srednje vrijednosti, varijanse, koeficijenta njihove asimetrije i zaobljenosti. Cilj ove metode je proračunati momente raspodjele izlaznih slučajnih promjenljivih kao funkcija poznatih momenata ulaznih promjenljivih.

Metoda funkcioniše tako što se na osnovu funkcija raspodjele ulaznih promjenljivih (ako su u potpunosti poznate) računaju njihovi momenti. Ti statistički podaci se fokusiraju na određeni broj tačaka. Odabrane tačke se odlikuju svojim vrijednostima, tj. lokacijama za koje se vrši deterministički proračun i težinskim faktorima kojima se modeluje uticaj ove procjene na rezultujuće stohastičko ponašanje odgovarajućih izlaznih slučajnih promjenljivih. Valja napomenuti da metoda tačkaste

ocjene nudi samo momente izlaznih promjenljivih [48], pa je na kraju, za dobijanje funkcija raspodjele izlaznih promjenljivih, potrebno primijeniti metode razvoja redova, poput već pomenutih Gram-Šarlikeove ili Korniš-Fišerove.

Više je unapređenja osnovne metode. U [49] je proširena za primjenu sa nesimetričnim slučajnim promjenljivima, u [50] je preciznija, ali u slučaju manjeg broja ulaznih promjenljivih, u [51] se smanjuje broj tačaka za koje je potrebno vršiti proračun, dok se u [52] uzima u obzir asimetrija funkcija raspodjele vjerovatnoće. U [53] se metoda koristi za analizu neuravnoteženog trofaznog sistema. Korišćenje nesimetrične tačkaste ocjene za sisteme sa vjetrogeneratorima i fotonaponskim panelima dato je u [54]. Unapređenje tačnosti se može ostvariti obuhvatom većeg broja tačaka, međutim za to je potrebno računanje momenata višeg reda koje može biti računski vrlo problematično. Nasuprot tome, u [55] tačnost je popravljena dodavanjem novog para tačaka sa poznatim prvim trima momentima.

Ostale metode aproksimacije tiču se primjene *unscented* transformacije [56] koja je korisna zbog lakoće rada sa zavisnim slučajnim promjenljivima i nelinearnim jednačinama, kao i Tagučijevih ortogonalnih nizova koji traže manji broj determinističkih proračuna, primijenjenih na uravnotežene sisteme sa obnovljivim izvorima u [57], a zatim i na trofazne sisteme sa zavisnostima među promjenljivima [58].

3. RASPODJELE VJEROVATNOĆE

Slučajna promjenljiva X je preslikavanje koje svakom slučajnom ishodu nekog eksperimenta dodjeljuje realan broj [59]. Smatra se neprekidnom ako je skup njenih vrijednosti nebrojiv. U skladu sa tim, vjerovatnoća da će slučajna promjenljiva zauzeti jednu konkretnu vrijednost jednaka je nuli. Shodno tome, za opisivanje njenih osobina se koriste funkcija raspodjele i funkcija gustine slučajne promjenljive.

Funkcija raspodjele slučajne promjenljive X daje vjerovatnoću slučajne promjenljive za sve njene moguće vrijednosti i definiše se kao:

$$F(x) = P\{X < x\} \quad (15)$$

U slučaju neprekidne slučajne promjenljive, može se predstaviti i u sljedećem obliku:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt, \quad x \in \mathbf{R} \quad (16)$$

pri čemu je $f(x)$ funkcija gustine vjerovatnoće slučajne promjenljive takva da važi:

- $f(x) \geq 0$; i
- $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx = 1$.

Parametri kojima se dodatno opisuje slučajna promjenljiva su matematičko očekivanje i varijansa. Matematičko očekivanje, odnosno srednja ili prosječna vrijednost slučajne promjenljive određeno je izrazom:

$$E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} x f(x) dx \quad (17)$$

Matematičko očekivanje se još naziva i početni, tj. obični moment slučajne promjenljive.

Sa druge strane, disperzija ili varijansa slučajne promjenljive X mjeri odstupanje mogućih vrijednosti slučajne promjenljive oko očekivane vrijednosti. Definiše se kao:

$$D(X) = E(X - E(X))^2 \quad (18)$$

Pozitivna vrijednost kvadratnog korijena iz disperzije slučajne promjenljive X naziva se standardna devijacija: $\sigma(X)=\sqrt{D(X)}$.

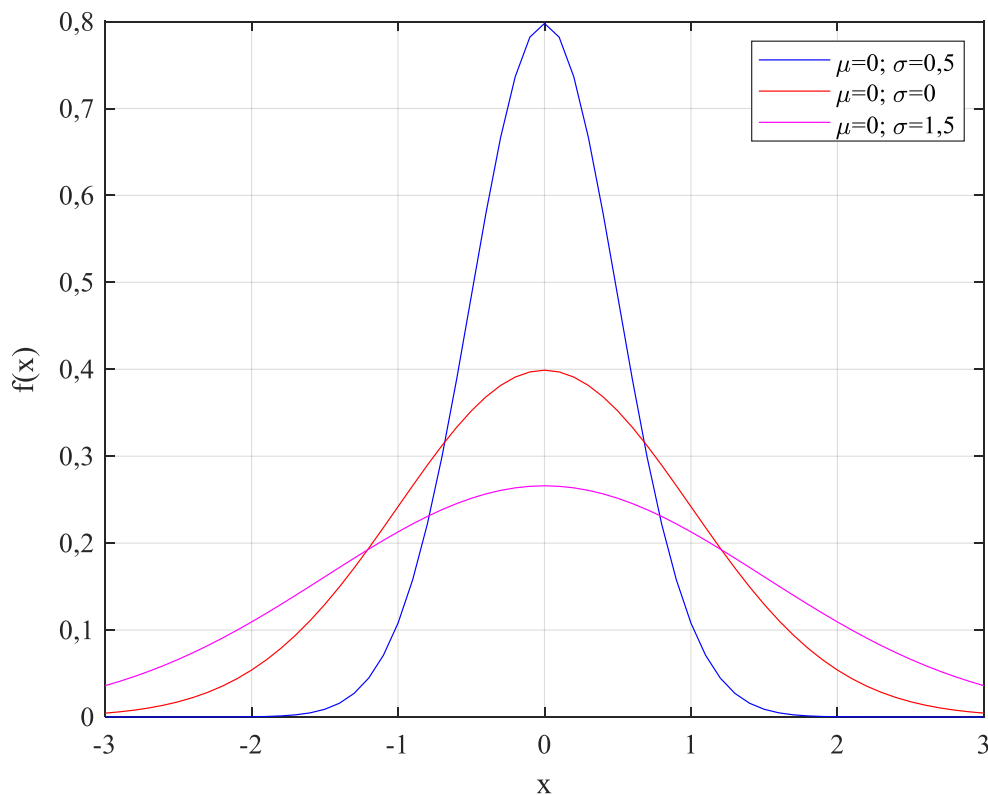
3.1. Normalna raspodjela

Normalna ili Gausova raspodjela smatra se jednom od najznačajnijih i najkorišćenijih raspodjela u statistici i teoriji vjerovatnoće. Neprekidna slučajna promjenljiva X ima normalnu raspodjelu ako je njena gustina definisana izrazom:

$$f(x)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (19)$$

gdje su parametri μ i σ matematičko očekivanje, tj. srednja vrijednost i vrijednost standarne devijacije. Varijansa ove raspodjele je σ^2 .

Na slici 2 prikazana je funkcija gustine vjerovatnoće normalne raspodjele za vrijednost parametra $\mu = 0$ i različite vrijednosti σ .



Slika 2 Funkcija gustine vjerovatnoće normalne raspodjele

Prva pojava normalne raspodjele u matematici vezuje se za Francuza Abrahama de Moavra 1773. godine, koji međutim nije uočio njen stvarni značaj [60]. Interesantno je da su se velika imena poput Ojlera ili Bernulija takođe dugo mučili sa ovom temom. Gaus, konačno, 1809. godine predlaže zakonitost normalne raspodjele u kontekstu astronomskih posmatranja koja je vršio, a Laplas 1810. dokazuje Centralnu graničnu teoremu etablirajući značaj normalne raspodjele u statistici [61]. Prema ovoj teoremi, normirana suma velikog broja slučajnih promjenljivih (čije su matematičko očekivanje i varijansa konačni) ima približno normalnu raspodjelu, nezavisno od raspodjela pojedinačnih slučajnih promjenljivih koje ulaze u sumu. Ova karakteristika normalne raspodjele čini je korisnom u mnogim statističkim istraživanjima, npr. prilikom analize određene populacije za potrebe demografije, ekonomije, biologije ili slično.

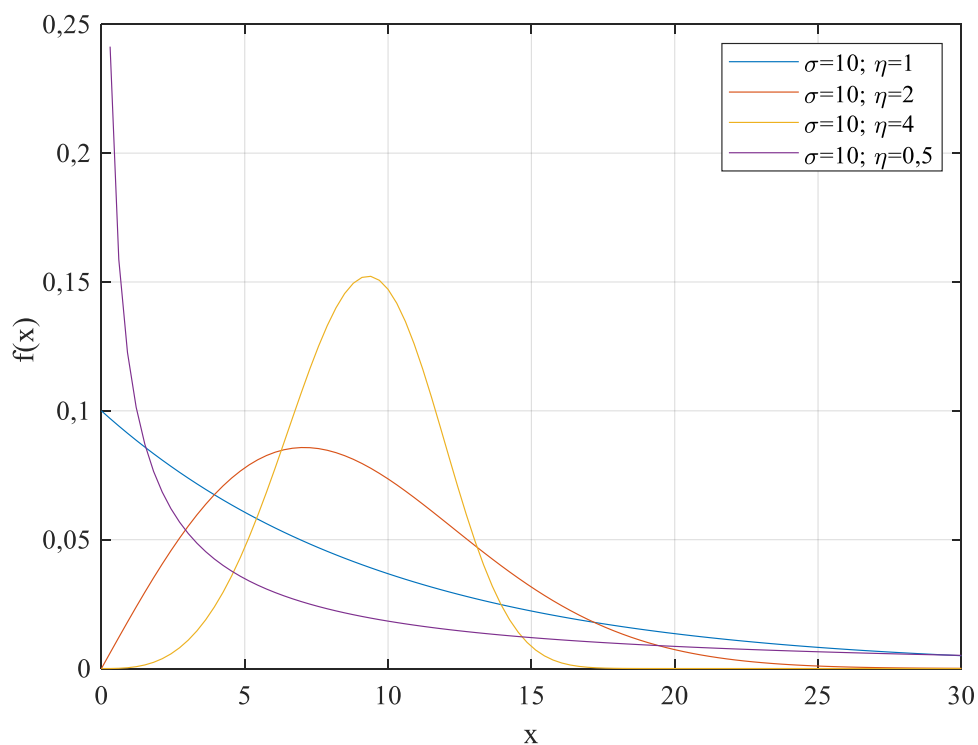
3.2. Weibull-ova raspodjela

Slučajna promjenljiva X ima *Weibull*-u raspodjelu ako je njena gustina definisana kao:

$$f(x) = \frac{\eta}{\sigma} \cdot \left(\frac{x}{\sigma}\right)^{\eta-1} \cdot e^{-\left(\frac{x}{\sigma}\right)^\eta} \quad (20)$$

gdje su η i σ parametri oblika i izduženosti, pritom pozitivni realni brojevi.

Prikaz funkcija gustine vjerovatnoće *Weibull*-ove raspodjele za vrijednost parametra $\sigma = 10$ i različite vrijednosti η dat je na slici 3.



Slika 3 Funkcija gustine vjerovatnoće *Weibull*-ove raspodjele

Ova raspodjela je nazvana po švedskom inženjeru Valodiju Vejbulu (1887–1979), koji ju je razvio proučavajući čvrstinu i izdržljivost materijala. Danas se primjenjuje u teoriji pouzdanosti i meteorologiji [62].

4. MODELOVANJE SLUČAJNIH PROMJENLJIVIH

4.1. Model proizvodnje vjetroelektrana

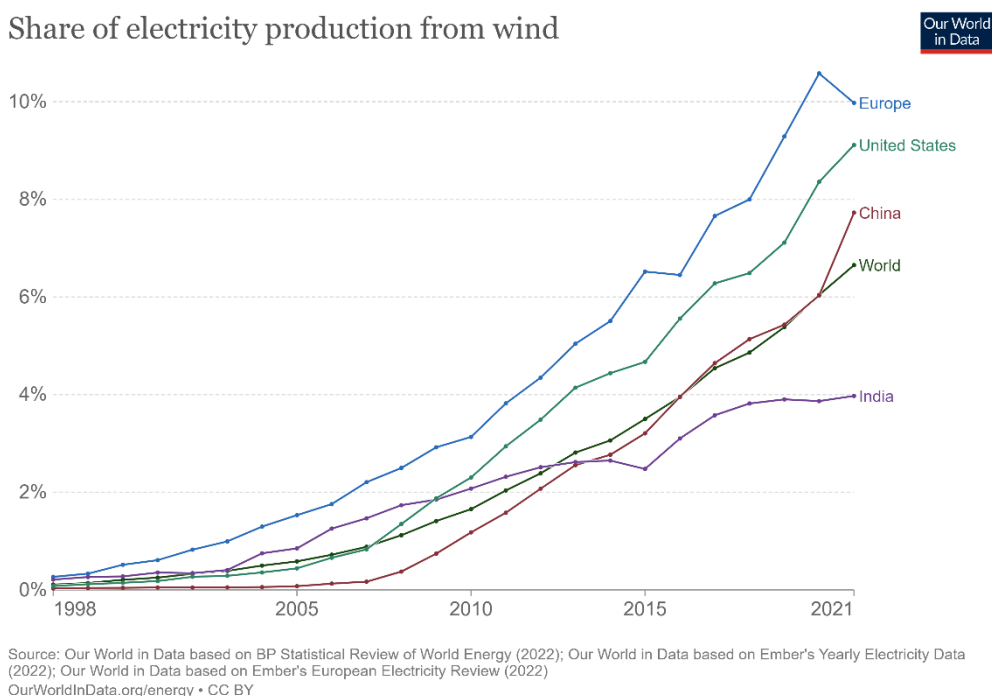
Proizvodnja električne energije iz vjetra danas je jedan od najpopularnijih vidova obnovljive proizvodnje. Od davnina ljudi su koristili snagu vjetra za različite svrhe. Smatra se da su drevni Egipćani ovladali korišćenjem jedara na brodovima još 3.000 godina prije naše ere [63]. Prva praktična upotreba vjetra na kopnu vezuje se za Herona iz Aleksandrije (1. vijek nove ere) čije je vjetrenjača pokretala muzički instrument – orgulje [64]. U narednom periodu, vjetar se uglavnom koristio za mljevenje žita i pumpanje vode. Poznati su primjeri vjetrenjača sa vertikalnom osom iz Avganistana i Persije u 9. vijeku koje su se širile dalje Azijom. Sa druge strane, vjetrenjače sa horizontalnom osovinom pojavljuju se u Sjeverozapadnoj Evropi tokom 12. vijeka. Prvi slučajevi eksploatacije vjetra za proizvodnju električne energije dešavaju se krajem 19. vijeka – 1887. Džejm Blajt u Škotskoj i Čarls Braš iste godine u SAD-u, kao i eksperimenti danskog naučnika Pola la Kura devedesetih godina istog vijeka. Osnovna namjena im je bila punjenje baterija, kao i rasvjeta. Razvojem električne mreže njihova upotreba gubi na značaju.

Vjetroenergetika se sporadično razvija sve do naftne krize sedamdesetih godina prošlog vijeka, kada države snažnije finansiraju razvoj tehnologije u ovoj oblasti. Tada se ispituju, porede i analiziraju različiti tipovi vjetroagregata. Ipak, puna komercijalna upotreba vjetra za proizvodnju električne energije događa se krajem 20. vijeka kada je postalo jasno da obnovljivi izvori energije nemaju alternativu.

Prema podacima Međunarodne agencije za obnovljivu energiju [65], globalni instalisani kapaciteti vjetrogeneratora porasli su sa 7,5 GW 1999. godine na 733 GW 2018. Takođe, proizvodna cijena energije iz vjetra je tokom druge decenije 21. vijeka prepolovljena. U slučaju *onshore* proizvodnje pala je za 56%, dok je energija sa *offshore* generatora pojeftinila za 48%.

Slika 4 [66] prikazuje udio proizvodnje električne energije iz vjetroagregata za svijet i nekoliko najvećih regiona u periodu 1998-2021. godine.

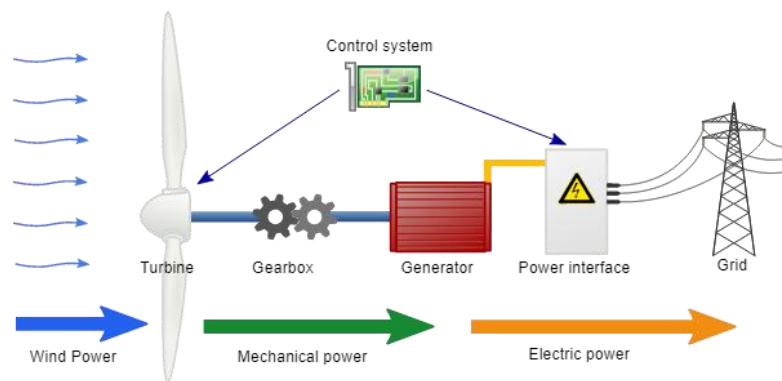
Share of electricity production from wind



Slika 4 Udio proizvodnje električne energije iz vjetroagregata (1998-2021)

Neke od prednosti vjetroenergetike su: relativno zanemarljiv uticaj na životnu sredinu, kratak period izgradnje imajući u vidu masovnu proizvodnju vjetrogeneratora, brz povrat investicije, kao i raširenost područja bogatih vjetrom širom planete [67]. Sa druge strane, ključni izazov ove tehnologije je balansiranje elektroenergetskog sistema sa značajnim učešćem vjetroelektrana. Usljed intermitentne prirode vjetra, potrebno je obezbijediti da proizvodnja bude podržana još nekim izvorima energije (u slučaju izolovanih sistema – sistemi za skladištenje energije, dok u slučaju povezanih mreža – brze gasne elektrane i sl.).

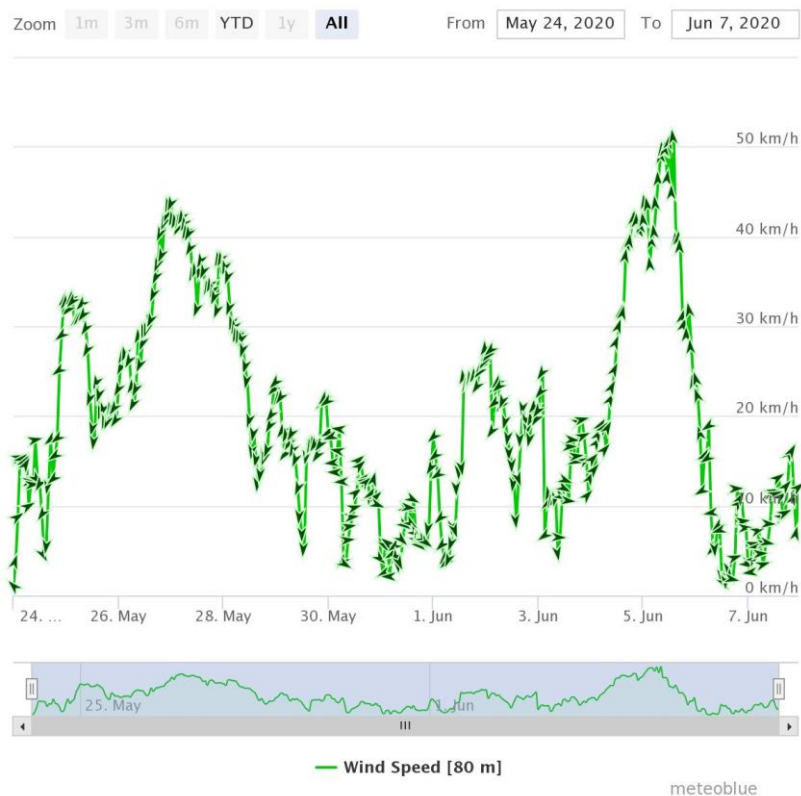
Osnovni element vjetroelektrana je vjetroagregat. Kinetička energija vjetra se putem vjetroturbine pretvara u mehaničku, a preko vjetrogeneratora (koji je na istoj osovini kao turbina) mehanička u električnu. Najčešći oblik vjetroagregata ima tri lopatice preko kojih prelazi vjetar i stvara uzgon, tj. dovodi do pokretanja turbine. Takođe, i pored rješenja sa vertikalnom osovinom, danas dominiraju agregati sa horizontalnom osom obrtanja. Na slici 5 [68] šematski je prikazana struktura vjetroagregata.



Slika 5 Šematski prikaz strukture vjetroagregata

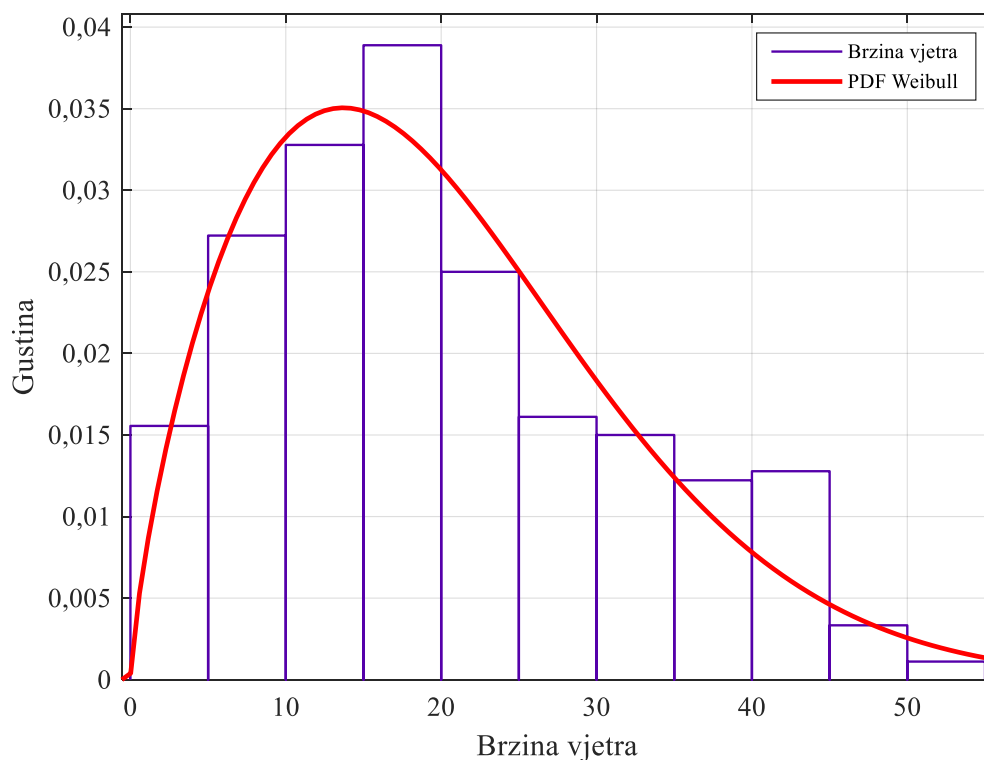
Najveći broj vjetroelektrana je stacioniran na kopnu, međutim nije zanemarljiv broj agregata podignutih na moru, u priobalnim vodama. Iako su konstrukcijski zahtjevnije, u smislu temelja koji se postavlja na morskom dnu, pozicija na moru olakšava transport gabaritnih elemenata što omogućava izgradnju elektrana većih dimenzija, odnosno snage nego na kopnu. Tzv. *offshore* (eng. udaljeno od obale) elektrane manje uzurpiraju prostor, pa izazivaju i manje negativnih reakcija javnosti. Osim toga, režimi vjetra su uglavnom povoljniji na moru, pa ovakva elektrana proizvodi više energije od *onshore* (eng. na obali) elektrane slične snage.

Za potrebe simulacije proizvodnje iz vjetroelektrana, u ovom radu su korišćeni stvarni podaci o brzinama vjetra na osnovu dostupnih meteoroloških izvještaja [69], za period 24. maj – 7. jun 2020. godine, za područje Krnova (meteorološki interesantno područje u Crnoj Gori, nadmorska visina 1.500 m) na visini 80 m iznad tla. Slika 6 predstavlja grafik sa brzinama vjetra za navedeni period.



Slika 6 Brzine vjetra za posmatrani vremenski period

Prvo je potrebno kreirati histogram sa brzinama vjetra koristeći *Distribution Fitting* alatku dostupnu u okviru softverskog paketa MATLAB (MATLAB R2016a, The MathWorks, Inc., Natick, MA, United States). Zatim se brzina vjetra stohastički modeluje *Weibull*-ovom raspodjelom [70] i dobijaju se parametri izduženosti i oblika funkcije gustine vjerovatnoće. Histogram brzina vjetra i odgovarajuća modelovana funkcija gustine vjerovatnoće prikazani su na slici 7.



Slika 7 Histogram brzina vjetra sa modelovanom funkcijom gustine vjerovatnoće

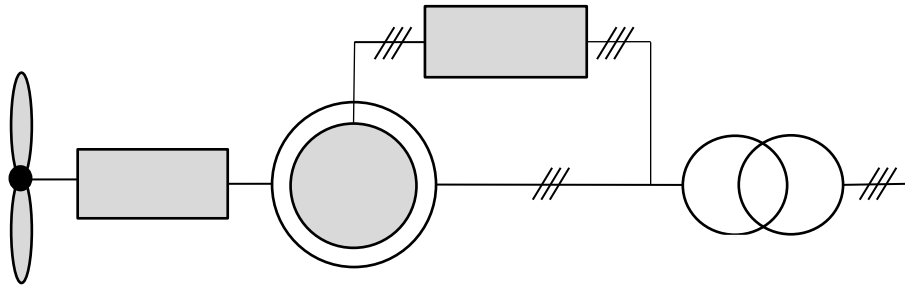
Simuliran je rad vjetroturbine nazivne snage usklađene sa naponskim nivoom i veličinom razmatranih IEEE testnih sistema. Na osnovu tako odabrane snage, za ovu simulaciju je korišćena uobičajena *onshore* vjetroturbina čiji su parametri dati u tabeli 1.

Tabela 1 Karakteristike vjetroturbine

| Parametar | Vrijednost |
|-----------------------|------------|
| Nazivna snaga | 2,8 MW |
| Nazivna brzina | 12 m/s |
| <i>Cut-in</i> brzina | 2,5 m/s |
| <i>Cut-out</i> brzina | 25 m/s |
| Dužina lopatice | 50 m |
| Koeficijent snage | 0,4 |
| Faktor snage | 0,95 |

Model proizvodnje u ovom radu se zasniva na dvostrano napajanom asinhronom generatoru (DFIG – eng. *doubly-fed induction generator*) koji se široko koristi u industriji vjetroagregata. Njegova šema je prikazana na slici 8. Osnovna ideja ovog

modela je da su statorski namotaji direktno povezani na električnu mrežu, dok su namotaji rotora vezani preko energetskog pretvarača. To omogućava da generator ostane sinhronizovan sa mrežom, dok njegova brzina (tj. frekvencija) može da se razlikuje od frekvencije mreže. Takođe se omogućava upravljanje brzinom rotora variranjem frekvencije struje koja napaja rotor, što je od značaja za održavanje stabilnosti sistema.

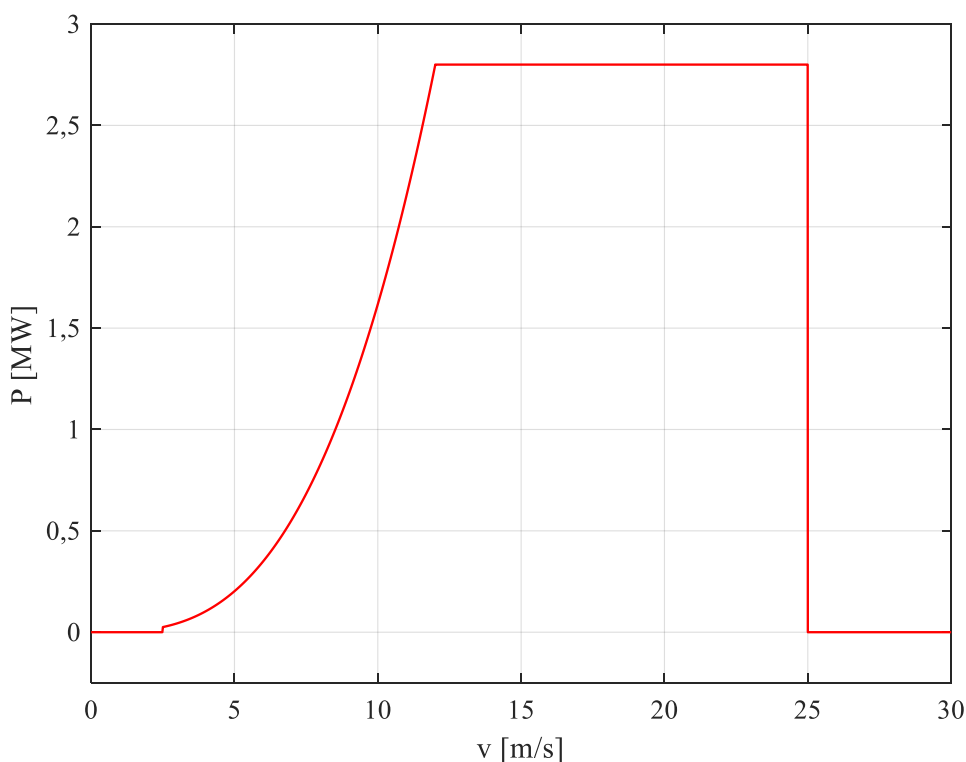


Slika 8 Vjetroturbina sa dvostrano napajanim asinhronim generatorom

Izlazna snaga P vjetroagregata određena je izrazom (21):

$$P(v) = \begin{cases} 0, & v < v_{in} \\ \frac{1}{2} \cdot C_p \cdot N_b \cdot N_g \cdot \rho \cdot A \cdot v^3, & v_{in} < v < v_r \\ P_r, & v_r < v < v_{out} \\ 0, & v_{out} < v \end{cases} \quad (21)$$

gdje su v brzina vjetra, v_{in} *cut-in* brzina, v_{out} *cut-out* brzina, v_r nazivna brzina turbine, P_r nazivna snaga vjetrogeneratora, C_p koeficijent snage, N_b efikasnost generatora, N_s efikasnost mehaničkog prenosa snage, ρ gustina vazduha i A površina na koju nailazi vjetar. Zavisnost izlazne snage vjetroagregata od brzine vjetra, a imajući u vidu ograničenja data izrazom (21) prikazana su na slici 9.



Slika 9 Zavisnost izlazne snage vjetroagregata od brzine vjetra

Izlazna snaga vjetroparka razmatranog u simulaciji smatra se sumom pojedinačnih snaga vjetroagregata koji čine park.

4.2. Model proizvodnje solarnih elektrana

Dva su osnovna vida pretvaranja solarne energije u električnu – neposredni, kojim se sunčeva energija pretvara u električnu putem fotonaponskih ćelija, i posredni, kojim se toplotna energija sunca fokusira sistemom ogledala i dalje konvertuje u električnu klasičnim sistemom rada termoelektrane na parni pogon [70].

Fotonaponske (FN) ćelije transformišu energiju sunca direktno u električnu energiju zahvaljujući procesu fotoelektričnog efekta, tj. fizičkoj pojavi izbijanja elektrona iz materijala pod dejstvom elektromagnetnog zračenja. U konkretnoj primjeni, pod dejstvom sunčeve svjetlosti dolazi do ekscitacije elektrona u poluprovodničkom materijalu, stvaranja razlike potencijala i posljedično pojave električne struje.

Fotonaponski efekat je prvi uočio Aleksandar-Edmon Bekerel 1839. godine dovodeći u vezu promjenu struje u provodniku sa količinom prisutne svjetlosti [71]. Nakon njega, Vilijam Grils Adams i Ričard Evans Dej 1876. demonstriraju efekat na spoju platine i poluprovodnika selena, a sedam godina kasnije to čini i Čarls Frits na spoju zlata i selena. Efikasnost energetske konverzije njihovih pronalazaka je, međutim, bila izrazito niska – oko 1%. Nakon njih, Hajnrih Herc 1887. godine primjećuje fotoelektrični efekat, izvodeći eksperimente sa slanjem i primanjem elektromagnetnih talasa. Teoriju o fotoelektričnom efektu konačno objavljuje Albert Ajnštajn 1905. u svom radu u kojem tvrdi da se elektromagnetna energija emituje u diskretnim djelovima (kvantima), za koji je dobio Nobelovu nagradu za fiziku 1921. godine.

Suštinski razvoj solarnih ćelija usmjeren ka njihovoj praktičnoj primjeni počinje pedesetih godina minulog vijeka u Belovim laboratorijama. Tako 1954. Čapin, Fuller i Pirson razvijaju silicijumsku ćeliju sa procentom efikasnosti od 6%. Narednih par decenija istraživanje ovih ćelija je vezano za vojnu i svemirsku djelatnost, prvenstveno kada je u pitanju obezbjeđenje energije za potrebe vještačkih satelita. Na primjer, „Vangard 1“, lansiran 1958, je prvi satelit na solarni pogon.

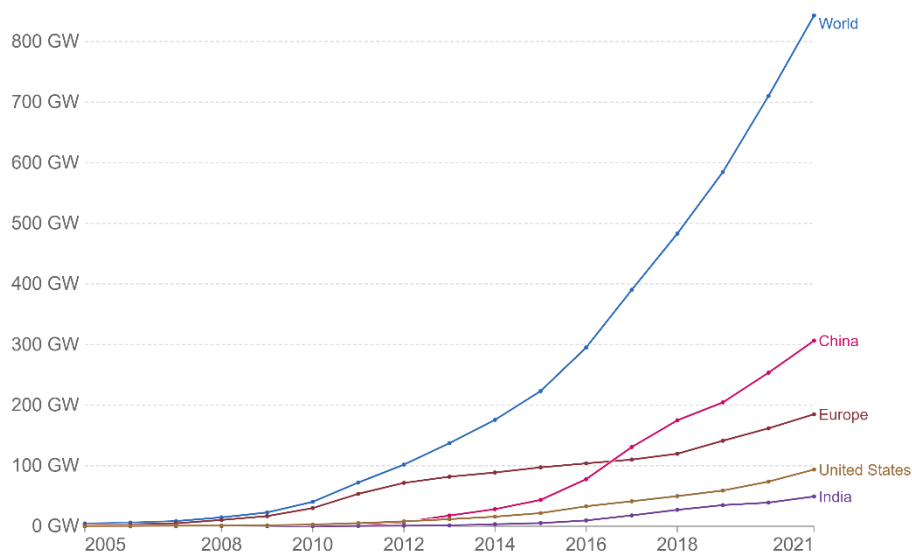
Nakon energetske krize sedemdesetih i buđenja svijesti o potrebi zaštite životne sredine i usporavanja globalnog zagrijavanja, mogućnost korišćenja solarne energije za konvencionalne energetske potrebe dopijeva u žižu javnosti osamdesetih godina. Uporedo sa unapređenjem efikasnosti tehnologije, države sve više subvencioniraju nabavku i primjenu FN panela.

Na slici 10 [72] dat je prikaz rasta udjela solarnih kapaciteta u ukupnim proizvodnim kapacitetima za svijet i nekoliko najvećih regiona u periodu 2005-2021. godine.

Installed solar energy capacity

Cumulative installed solar capacity, measured in gigawatts (GW).

Our World
in Data



Source: Statistical Review of World Energy - BP (2022)

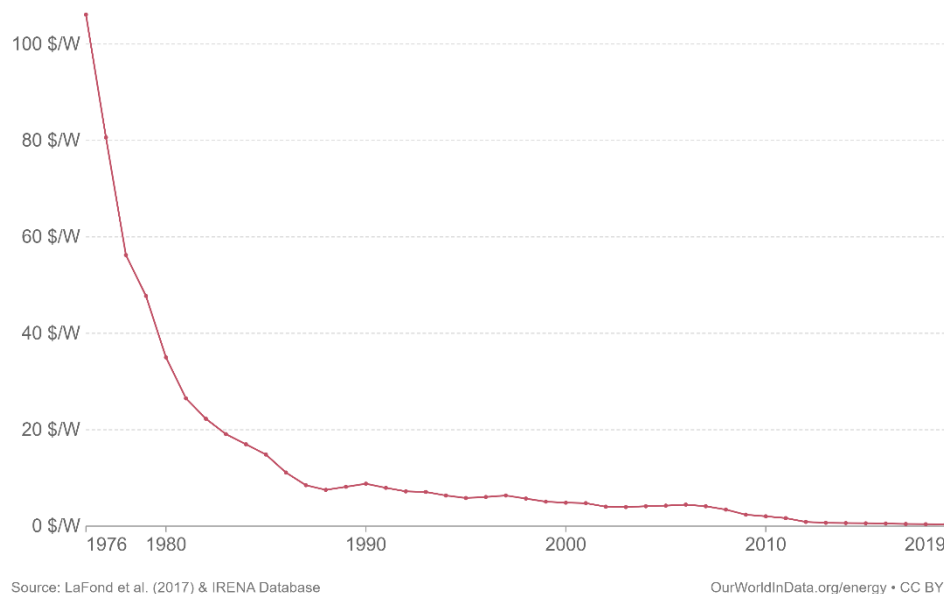
OurWorldInData.org/renewable-energy · CC BY

Slika 10 Instalirani solarni proizvodni kapaciteti (2005-2021)

Primjena FN tehnologije je u početnom stadijumu svog razvoja bila izuzetno ograničena visokom cijenom. Tek u drugoj deceniji 21. vijeka ona pada i daje priliku solarnoj energiji da se takmički sa tradicionalnim izvorima. Ilustracije radi, na slici 11 [73] prikazan je pad prosječne cijene solarnih FN modula u \$/W za period 1976-2019. godine.

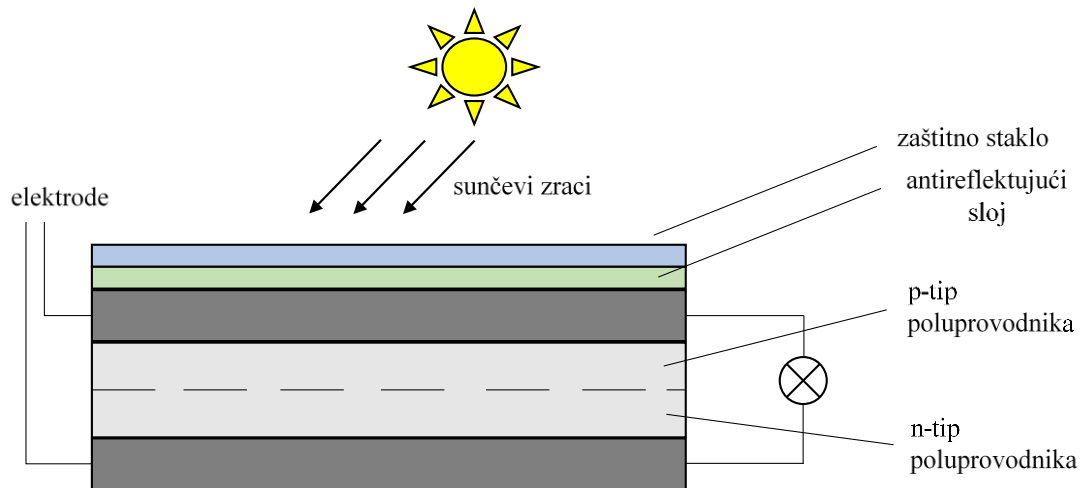
Solar PV module prices

Global average price of solar photovoltaic (PV) modules, measured in 2019 US\$ per Watt.



Slika 11 Prosječna cijena solarnih FN modula (1976-2019)

Kada je u pitanju struktura, FN ćelija se sastoji od nekoliko slojeva. U središtu su dva poluprovodnička sloja p i n tipa u kojima dolazi do fotonaponskog efekta, tj. kretanja elektrona. Na ivicama ovog sloja su metalni kontakti (elektrode) koji omogućavaju kretanje naelektrisanja, odnosno struje dalje ka potrošaču ili električnoj mreži. Ćelija je zatim obložena antireflektirajućim slojem koji sprečava reflektovanje svjetlosti u suprotnom smjeru, kao i zaštitnim staklom koji je štiti od nepovoljnih meteoroloških prilika. Na slici 12 prikazana je struktura FN ćelije.



Slika 12 Struktura FN ćelije

Izlazni napon FN ćelije kreće se između 0,3 V i 0,7 V, uz izlaznu struju gustine od oko nekoliko desetina mA/cm². Prema tome, snaga jedne ćelije je relativno mala (oko 2 W), što zahtijeva njihovo uvezivanje u veće grupe – module i panele. Konkretno, paralelnim vezivanjem ćelija se dobija veća struja, a rednim veći napon. Integracijom više panela dobija se polje FN modula, odnosno solarna elektrana. Na taj način snaga FN sistema raste na nivo od nekoliko MW i dalje. Na primjer, trenutno najveća solarna elektrana na svijetu je „Bhadla park“ u Indiji, snage 2.245 MW [74].

Budući da FN ćelije generišu jednosmjerni napon, FN sistemi su opremljeni invertorima kako bi omogućili priključenje na mrežu ili uređaje u skladu sa nazivnim naponom i frekvencijom odgovarajućeg dijela elektroenergetskog sistema.

Model proizvodnje solarne elektrane kao ulazne vrijednosti koristi iradijaciju i temperaturu. U skladu sa tim, izlazna snaga ovakvog sistema je definisana izrazom (22) [75]:

$$P_{PV_{out}} = \eta \cdot L \cdot \frac{I_{tr}}{I_{ref}} \cdot P_{dc0} \cdot (1 + \gamma \cdot (T - T_{ref})) \quad (22)$$

gdje su I_{tr} iradijacija mjerena na površini panela, P_{dc0} nominalna DC snaga FN sistema i T temperatura FN ćelije. Pretpostavlja se da efikasnost sistema linearno opada kao funkcija rasta temperature, prema temperaturnom koeficijentu γ . Za referentnu

temperaturu T_{ref} uzima se 25°C , a za referentnu iradijaciju I_{ref} 1.000 W/m^2 . Gubici sistema su određeni parametrom L i obuhvataju uticaje zaprljanja, zasjenjenja, sniježnog pokrivača, neusklađenosti, ožičenja, veza, degradacije uzrokovane svjetlošću, odstupanja od nazivne snage, starosti sistema i operativne dostupnosti. η predstavlja efikasnost invertora, tj. odnos DC-AC konverzije.

U cilju modelovanja izlazne snage FN sistema zasnovanog na realnim podacima, a za potrebe simulacije, u ovom radu je korišćena online alatka NREL's PVWatts Calculator [76]. Satne vrijednosti iradijacije i temperature za period od jedne godine i područje centralnog regiona Crne Gore su razmatrane kao ulazni podaci za izraz (22).

U tabeli 2 date su karakteristike FN sistema koji je razmatran u nastavku rada, tj. u izvršenoj simulaciji.

Tabela 2 Karakteristike FN sistema

| Parametar | Vrijednost |
|-------------------------------------|----------------------------|
| DC snaga sistema | 4 MW |
| Materijal solarne ćelije | kristalni silicijum |
| Aproksimativna nominalna efikasnost | 15% |
| Temperaturni koeficijent | $-0,47\%/^{\circ}\text{C}$ |
| Gubici sistema | 14,08% |
| Odnos DC-AC konverzije | 1,2 |
| Efikasnost invertora | 96% |
| Koeficijent pokrivenosti tla | 0,4 |

4.3. Model potrošnje

Potrošnja električne energije je u ovom radu stohastički modelovana normalnom raspodjelom [78]. Prema tome, funkcija gustine vjerovatnoće potrošnje može biti definisana preko izraza (19), gdje su x potrošnja, tj. opterećenje u konkretnom čvoru, srednja vrijednost μ je deterministička vrijednost potrošnje, a za vrijednost standardne devijacije σ uzima se 5% od pretpostavljene srednje vrijednosti.

5. STOHAŠTIČKE METODE ODABIRANJA

Odabiranje ili uzorkovanje predstavlja odabir određenog dijela statističke populacije kako bi se vršilo istraživanje i izveli zaključci koje se odnose na cijelu populaciju. Dakle, cilj odabiranja je dobiti što je moguće manji uzorak koji će na pravi način reprezentovati osobenosti cijelog razmatranog skupa. Prema tome, teorija odabiranja se bavi analizom veličine uzorka, načina odabira uzorka, kao i metoda istraživanja nad uzorkom.

Prvi pomeni odabiranja prisutni su još u pionirskom djelu istoriografije – Herodotovoj „Istoriji“ iz 5. vijeka prije nove ere [77]. Autor opisuje metodu odabiranja koju je primijenio persijski kralj kada je želio da procijeni brojčano stanje svoje vojske tokom invazije na Grčku. Ipak, suštinski razvoj teorije odabiranja događa se tokom dvadesetog vijeka. Već u prvim decenijama postavljeni su osnovi jednostavnog slučajnog odabiranja, a zatim su razvijane poznate tehnike poput stratifikovanog, sistematskog i klusterskog uzorkovanja.

5.1. Monte Karlo metoda

Monte Karlo metode predstavljaju skupinu numeričkih metoda koje determinističke probleme rješavaju na stohastički način. Ovakav pristup matematičkim i fizičkim problemima se najčešće koristi kada do rješenja nije moguće jednostavno doći analitičkom procedurom. Metoda se u suštini sastoji od kompjuterske simulacije ponašanja određenog sistema, na način što nasumično generiše vrijednosti slučajnih promjenljivih koje modeluju rad komponenti sistema, a na osnovu njihovih gustina vjerovatnoće. Dobijeni uzorci u odgovarajućoj, predefinisanoj količini su zatim dostupni za statističku analizu datog sistema.

Korijeni ideje Monte Karlo simulacije mogu se pratiti do 17. vijeka i zakona velikih brojeva Jakoba Bernulija, koji kaže da se prosječna vrijednost neke slučajne promjenljive dobijena velikim brojem ponavljanja približava matematičkom očekivanju te promjenljive [78]. Nakon njega, Žorž Luj Lekler de Bufon u 19. vijeku primjenjuje Monte Karlo simulaciju pri istraživanju vjerovatnoće da štap ili igla padne na ravnu

površinu sa paralelno postavljenim linijama preko jedne od linija. Inspirisan ovim primjerom, Laplas predlaže da se na sličan način može približno odrediti vjerovatnoća broja π . Ipak, praktična primjena Monte Karlo metode dolazi do izražaja sredinom 20. vijeka, tj. razvojem digitalnih računara koji imaju procesne sposobnosti da sprovedu potrebne simulacije. Metodu zvanično definišu Stanislav Ulam i Džon fon Nojman, saradnici na projektu „Menhetn“, ispitujući ponašanje neutrona prilikom razvoja hidrogenske bombe. Ime tehnike je 1949. godine simbolično nadjenuto po kvartu u Monaku koji je poznat po kazinima i igrama na sreću, prilikom kojih se slučajni događaji ponavljaju ogroman broj puta.

Monte Karlo metoda se danas široko koristi u različitim oblastima nauke i istraživanja – od fizike, hemije i biologije, preko tehnike, do svijeta finansija i menadžmenta.

Najjednostavnija forma Monte Karlo simulacije je ona koja koristi jednostavno slučajno odabiranje. U slučaju ovakvog uzorkovanja promjenljivih bez međusobne korelacije, svaki element uzorka je generisan potpuno nezavisno od ostalih. Kako nema garancije da će pojedinačni uzorkovani element doći iz nekog podskupa razmatranog skupa veličina, može se desiti da važni podskupovi niske vjerovatnoće budu potpuno zanemareni iako su od značaja za analizu.

Prema tome, ključni problem jednostavnog slučajnog odabiranja je potreba za uzorkom znatne veličine i posljedično tome, dugim vremenom obrade kako bismo bili sigurni da će set odabranih vrijednosti biti relevantan za analizu. Smanjenje broja elemenata u uzorku može se ostvariti primjenom naprednijih tehnika uzorkovanja, poput ranije pomenute *Latin Hypercube* metode.

Takođe, konvergencija Monte Karlo simulacije može se unaprijediti korišćenjem tzv. kvazi-Monte Karlo simulacije koja primjenjuje drugačije vrste sekvenci za odabir vrijednosti slučajne promjenljive [78]. Ovakve pseudoslučajne sekvence niske diskrepanse se zasnivaju na vrijednostima koje teže uniformnosti pokrivanja razmatranog skupa vrijednosti. Algoritmi koji generišu ove pseudoslučajne brojeve su koncipirani tako da daju brojeve koji djeluju nasumično odabrani, ali izbjegavaju

prethodne vrijednosti i nude ravnomjerniju raspodjelu uzorka. Neki od ovakvih pristupa su Haltonove [79] i Sobolove sekvence [80].

5.2. Haltonova metoda odabiranja

Poznata porodica klasičnih statističkih sekvenci koje odabiraju vrijednosti za Monte Karlo simulaciju su Haltonove sekvence. Ovaj pristup je prvi put opisan 1960. godine u [79]. Iako po prirodi daje determinističke vrijednosti, karakteriše ga niska diskrepanza, pa se za potrebe određenih primjena ovako dobijene vrijednosti mogu smatrati nasumičnim. Dobija se generalizacijom Van der Korputove sekvence i smatra se lakšom za implementaciju od ostalih sekvenci niske diskrepanse [81]. Zasnovana je na inverznoj radikalnoj funkciji:

$$\phi_p(n) \equiv \frac{b_0}{p} + \frac{b_1}{p^2} + \dots + \frac{b_m}{p^{m+1}} \quad (23)$$

gdje je p prost broj, a razvoj n -a za osnovu p je dat kao $n = b_0 + b_1p + \dots + b_m p^m$, dok su b_j cijeli brojevi takvi da važi $0 \leq b_j < p$.

S -dimenziona Haltonova sekvenca X_n je definisana kao:

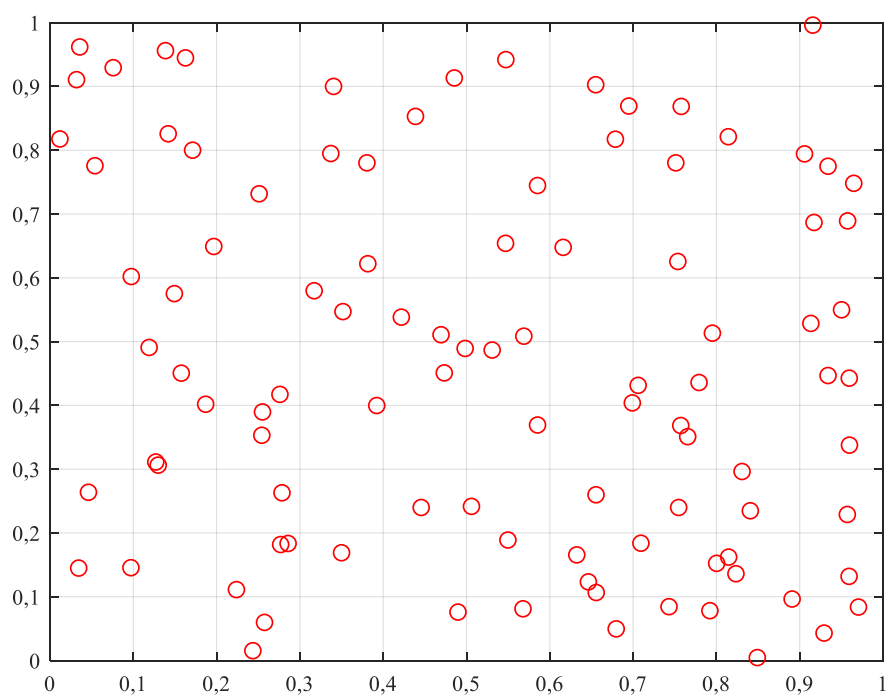
$$X_n = (\phi_{p_1}(n), \phi_{p_2}(n), \dots, \phi_{p_s}(n)) \quad (24)$$

gdje su osnove p_1, p_2, \dots, p_s uzajamno prosti brojevi. U praksi se uvijek prvih s prostih brojeva koriste kao osnova.

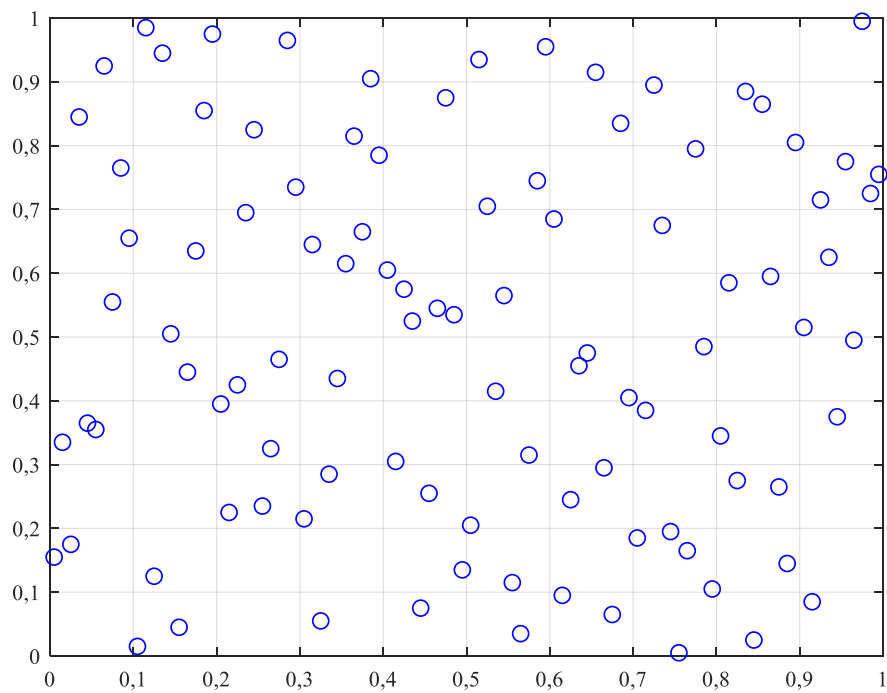
Najveća mana Haltonove sekvence su veoma loši rezultati u slučaju problema velikih dimenzija. Suština problema je u korelaciji između radikalnih inverznih funkcija za različite dimenzije [82]. Način da se preduprijedi ova pojava je preskakanje određenog broja razmatranih tačaka i njihovo izostavljanje. Bitno je da se broj preskočenih tačaka uvijek razlikuje od svih osnova.

Prema tome, kako bi se izbjegle korelacije između različitih dimenzija i ostale neželjene karakteristike koje mogu biti uslovljene početnim tačkama sekvence, u svim simulacijama prikazanim u ovom radu preskočeno je prvih 1.000 vrijednosti.

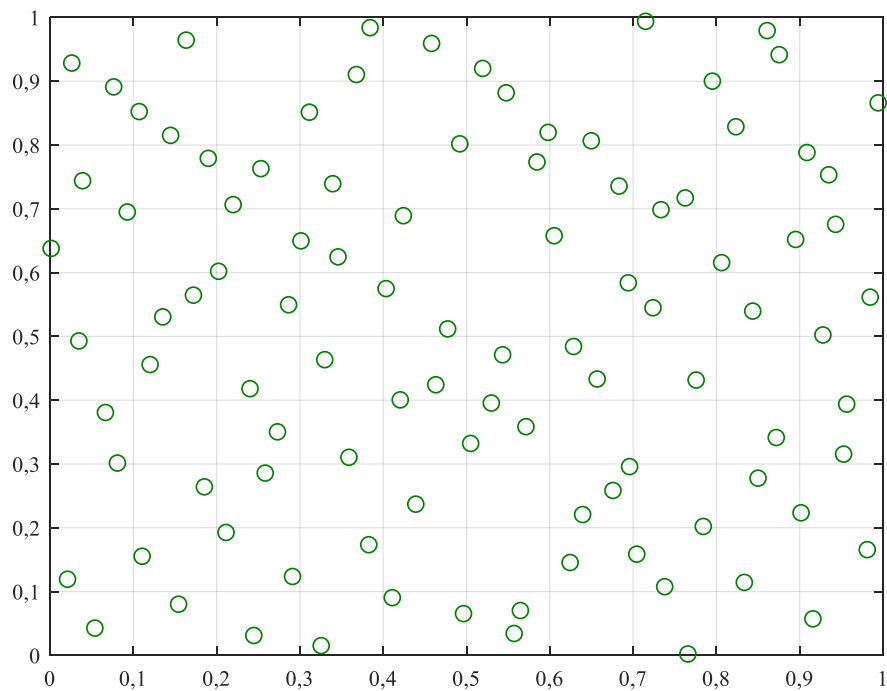
Na slikama 13, 14 i 15 slikovito je prikazan uzorak od stotinu dvodimenzionalnih tačaka odabran trima tehnikama uzorkovanja – jednostavnim slučajnim odabiranjem, *Latin Hypercube* metodom, kao i metodom Haltonovih sekvenci, a sve radi ilustrativnog poređenja karakteristika i kvaliteta različitih tehnika.



Slika 13 Uzorak odabran jednostavnim slučajnim odabiranjem



Slika 14 Uzorak odabran *Latin Hypercube* metodom



Slika 15 Uzorak odabran Haltonovom metodom

6. PRIMJER PRIMJENE – SIMULACIJA

Simuliranje performansi numeričkih tehnika za analizu tokova snaga izvršeno je korišćenjem IEEE testnih sistema različitih veličina – od 14, 30 i 118 čvorova [83]. U sva tri slučaja, sistemi su izmijenjeni kačenjem dodatnih vjetro i solarnih generatora za određene čvorove. Njihov uticaj na mrežu je predstavljen kao negativno opterećenje na sljedeći način:

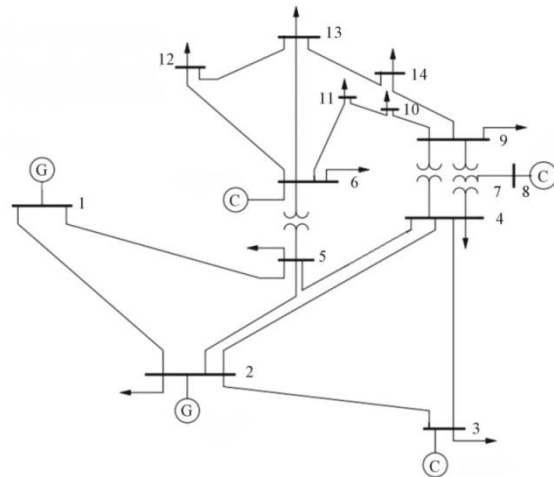
$$\begin{aligned} P_i &= P_{i,opt} - P_{DG} \\ Q_i &= Q_{i,opt} - Q_{DG} \end{aligned} \tag{25}$$

gdje su $P_{i,opt}$ i $Q_{i,opt}$ početne vrijednosti aktivne i reaktivne snage u čvoru i , kako je definisano konfiguracijom odabranih testnih mreža, P_{DG} i Q_{DG} aktivna i reaktivna snaga distribuiranog generatora prikačenog na čvor i i P_i i Q_i ukupna aktivna i reaktivna snaga u čvoru i . Reaktivna snaga distribuiranih generatora je proračunata na osnovu pretpostavljenog faktora snage $\cos(\varphi)=0,95$.

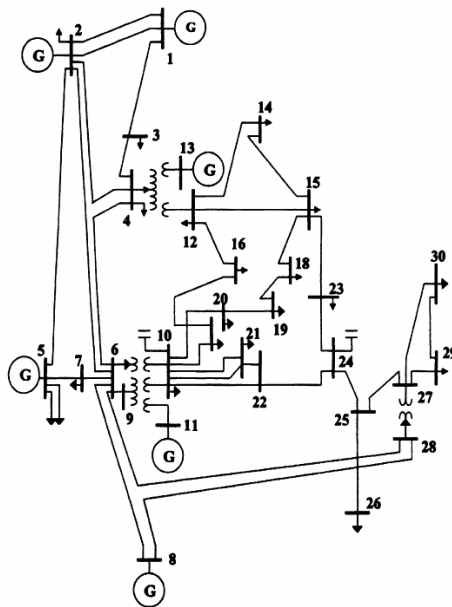
Ispitivani su različiti udjeli proizvodnje iz obnovljivih izvora i to nivoi penetracije od 30% i 60% u odnosu na ukupnu potrošnju sistema.

Za potrebe ove simulacije konvencionalni generatori su posmatrani aproksimirano i tretirani su kao klasični PV čvorovi, tj. nijesu korišćeni napredni modeli proizvodnje.

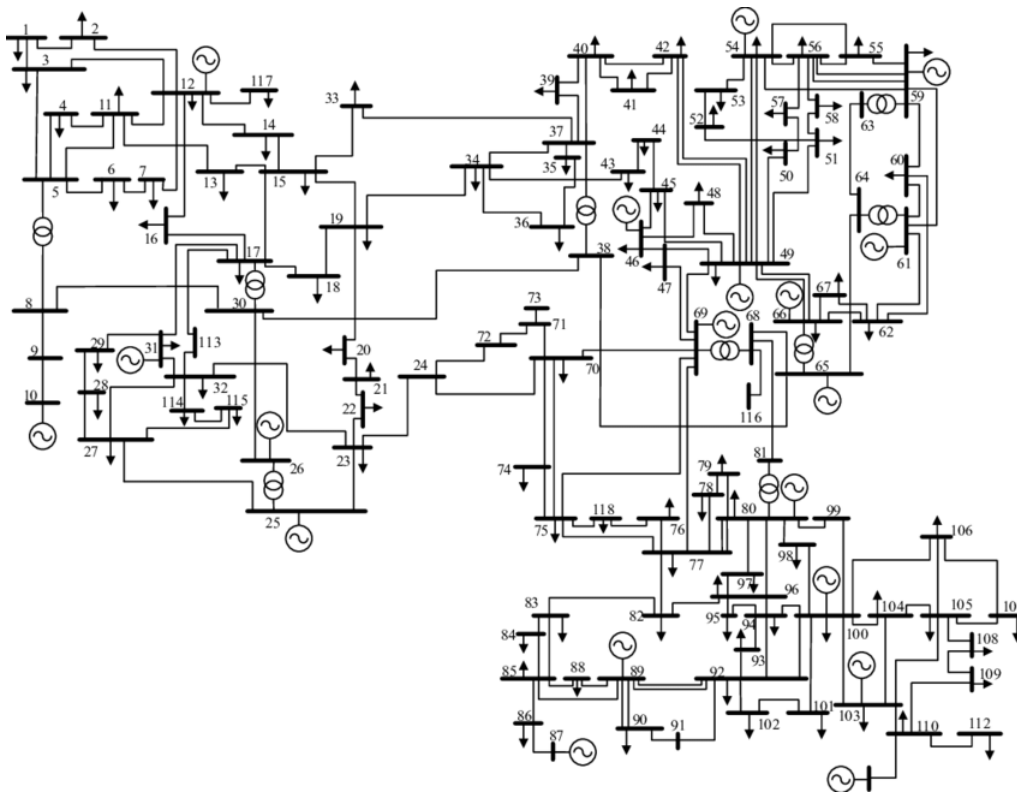
Na slikama 16, 17 i 18 su predstavljene konfiguracije ispitivanih testnih sistema od 14 [84], 30 [85] i 118 čvorova [86].



Slika 16 Konfiguracija testnog sistema od 14 čvorova



Slika 17 Konfiguracija testnog sistema od 30 čvorova



Slika 18 Konfiguracija testnog sistema od 118 čvorova

6.1. Algoritam simulacije

Kako je osnovni cilj ovog rada analiza performansi probabilističkog proračuna tokova snaga u sistemu, za potrebe simulacije je korišćen najjednostavniji tip ove analize. Jedan čvor sistema je odabran kao referentni za vrijednosti faznog ugla napona, ali i balansni čvor, odgovoran za obezbjeđenje dodatne snage za pokrivanje svih disbalansa u sistemu.

Sistem nelinearnih jednačina 5 se numerički rješava korišćenjem standardne Njutn-Rapsonove metode u polarnom obliku koristeći Jakobijan koji se iterativno ažurira. Tokom svakog ponavljanja se računaju greške u snazi poznatih PQ čvorova, formira se Jakobijan zasnovan na trenutno raspoloživim vrijednostima napona i snage i rješava se iterativnom numeričkom metodom kako bi se proračunale korekcije napona za naredni korak.

Bitno je napomenuti da ovaj algoritam analize tokova snaga zanemaruje ograničenja vezana za generatore, tokove po granama, amplitude napona, itd. kako bi se izbjeglo širenje analize van osnovne teme. Takođe, ova analiza se ne bavi regulacijom frekvencije u sistemu.

U početnom koraku simulacije se odabira 100.000 vrijednosti potrošnje, kao i proizvodnje vjetro i solarnih generatora, koje se koriste za isti broj determinističkih proračuna tokova snage. Dobijeni rezultati se čuvaju nakon svake iteracije i na kraju se statistički modeluju normalnom raspodjelom vjerovatnoće korišćenjem srednje vrijednosti i vrijednosti standardne devijacije. Ovako dobijene vrijednosti se smatraju referentnim za dalju analizu i evaluaciju rezultata.

Sljedeći korak je odabiranje N uzoraka slučajnih promjenljivih različitim metodama – metodom jednostavnog slučajnog odabiranja, *Latin Hypercube* metodom i Haltonovom metodom. Svi ovako odabrani setovi podataka se zatim koriste za deterministički proračun tokova snaga u zasebnim iteracijama. Rezultati se onda porede sa ranije definisanim referentnim vrijednostima i računa se relativna greška kao:

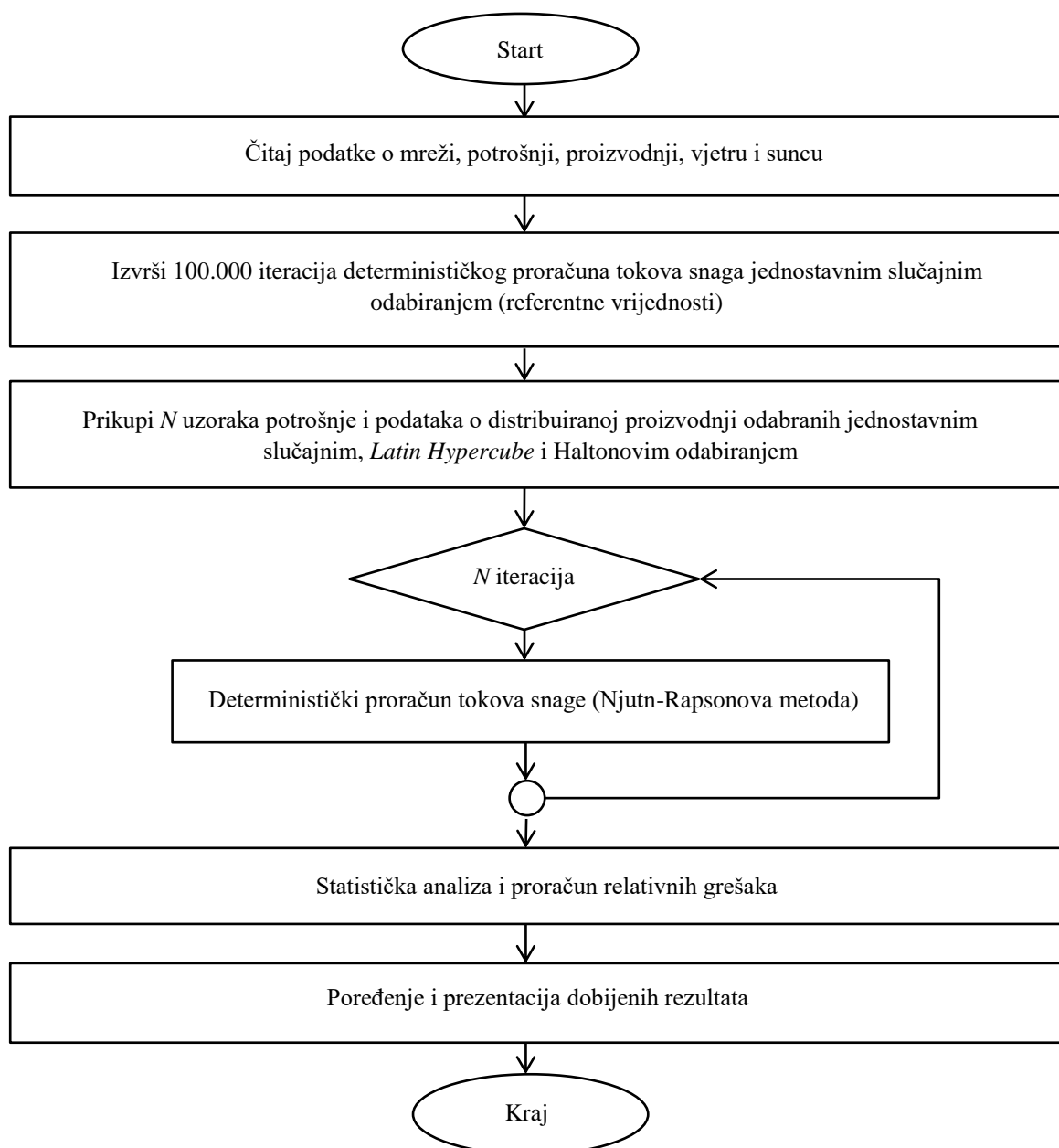
$$\varepsilon_{r, N}(x) = \left| \frac{x^N - x_{ref}}{x_{ref}} \right| \cdot 100\% \quad (26)$$

gdje je x_{ref} referentna vrijednost proračunata nakon 100.000 iteracija i x^N vrijednost dobijena nakon N iteracija.

Treba primijetiti da *Latin Hypercube* i Haltonova metoda, kao kvazi-slučajne, uvijek daju isti rezultat nakon određenog broja iteracija, dok je jednostavno slučajno odabiranje potpuno nasumična metoda i prema tome daje različite izlazne vrijednosti.

Nekoliko različitih veličina uzoraka, i to od 50, 100, 500 i 1.000 vrijednosti, su analizirane kako bi se ocijenila preciznost metode i vrijeme potrebno za proračun, a sve radi procjene primjenjivosti metode na realne probleme analize elektroenergetskih sistema.

Slika 19 prikazuje algoritam primjene razmatranih metoda.



Slika 19 Algoritam primjene razmatranih metoda

Simulacije su izvršene upotrebom MATPOWER paketa MATLAB M-fajlova pripremljenih za rješavanje simulacionih problema iz oblasti analize tokova snaga, kao i proračuna optimalnih tokova snaga [87]. Za rad je korišćena radna stanica HP Pavilion sa procesorom Intel Core i-5, 2,5 GHz i 8 GB RAM-a i softverski paket MATLAB, verzija 2016a.

6.2. Simulacioni scenariji

U cilju procjene uticaja veličine analiziranog sistema, kao i prisustva distribuirane proizvodnje, nekoliko različitih scenarija simulacije je uzeto u razmatranje. Konkretno, rezultati proračuna tokova snaga u testnim sistemima od 14, 30 i 118 čvorova se koriste za poređenje učinkovitosti metode u pogledu veličine sistema. Sa druge strane, uticaj distribuirane proizvodnje iz obnovljivih izvora se modeluje dodavanjem određenog broja vjetro i solarnih generatora na pojedine čvorove sistema. Pregled izvedenih simulacionih scenarija je dat u tabeli 3.

Tabela 3 Pregled simulacionih scenarija

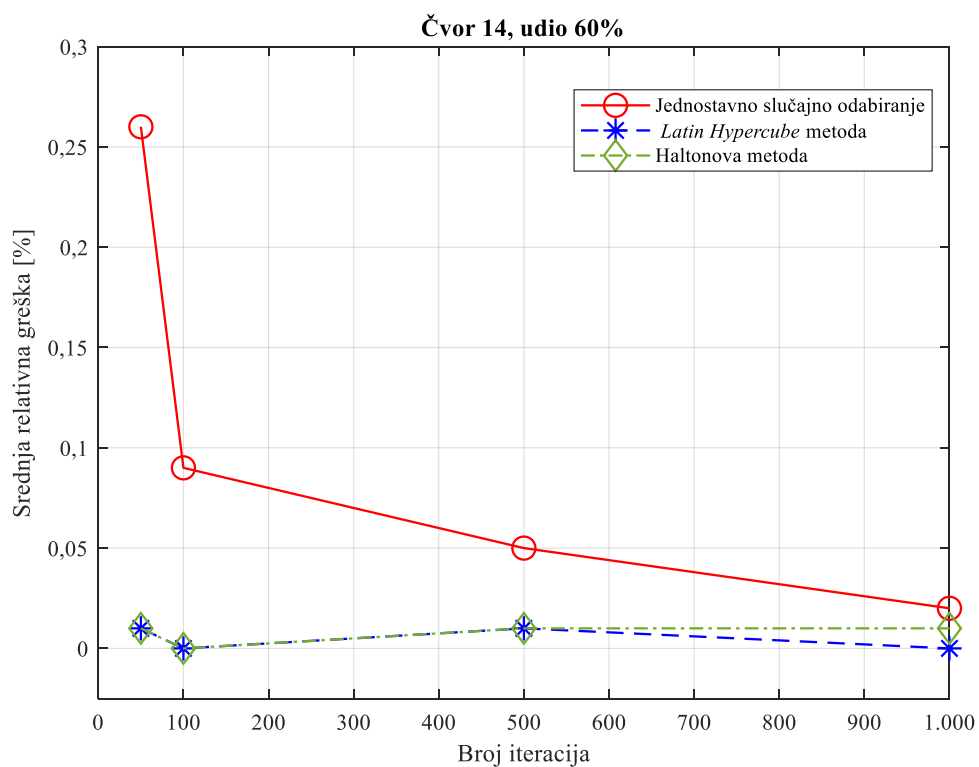
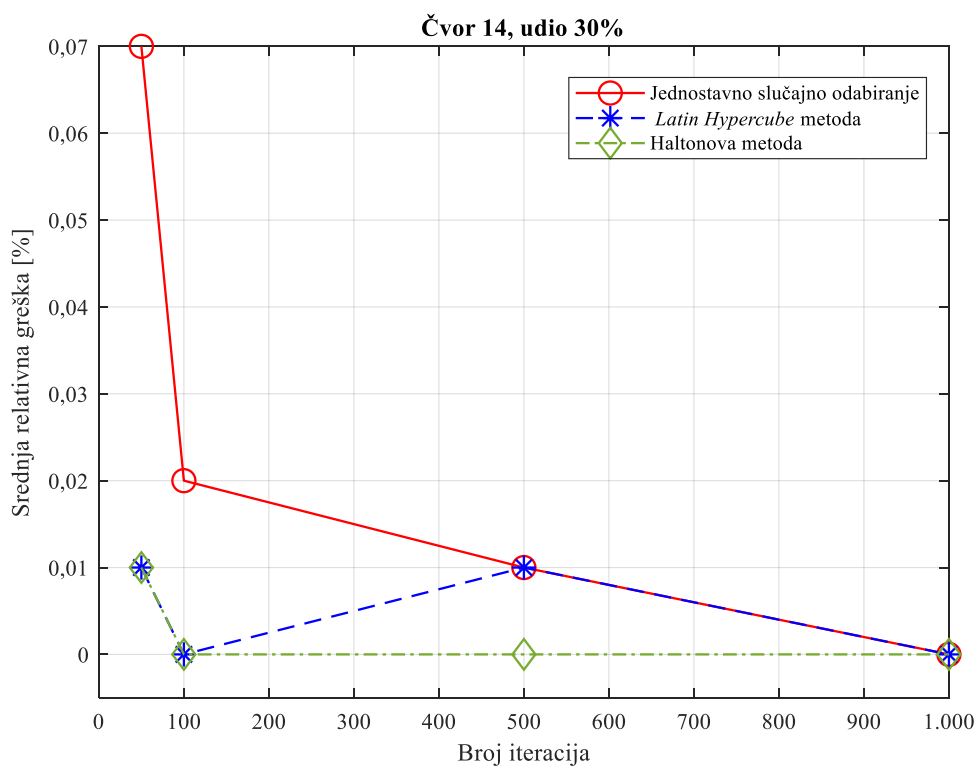
| Veličina sistema | Udio distribuirane proizvodnje | Metoda uzorkovanja |
|------------------|--------------------------------|---------------------------------|
| 14 čvorova | 30% | Jednostavno slučajno odabiranje |
| 30 čvorova | 60% | <i>Latin Hypercube</i> metoda |
| 118 čvorova | | Haltonova metoda |

6.3. Rezultati

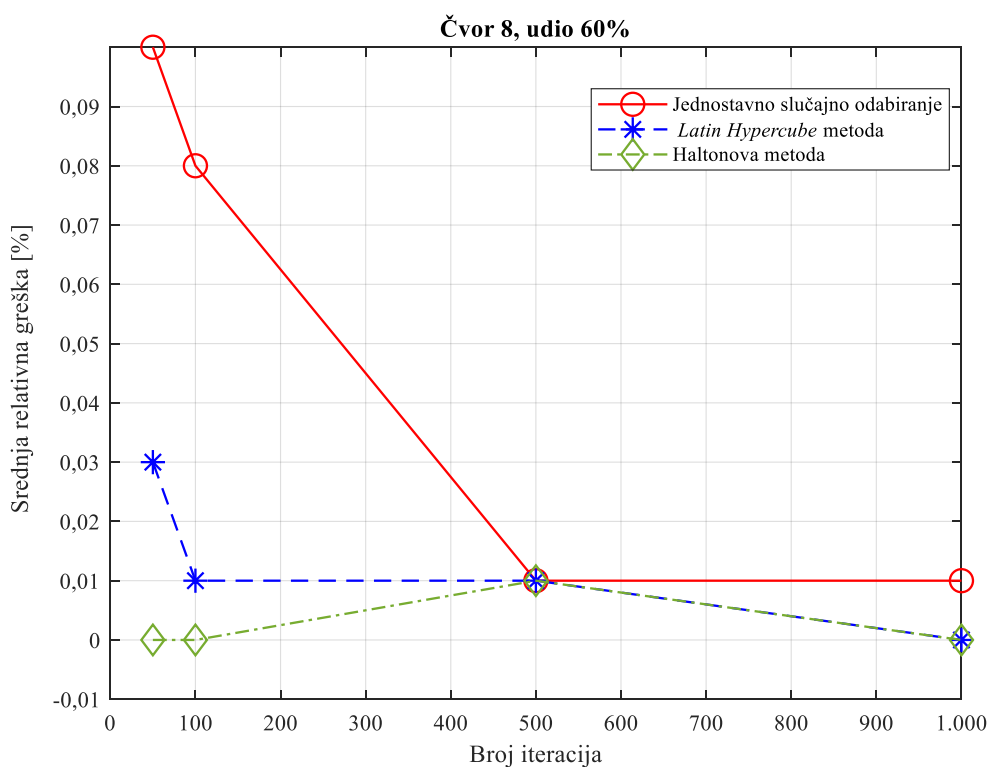
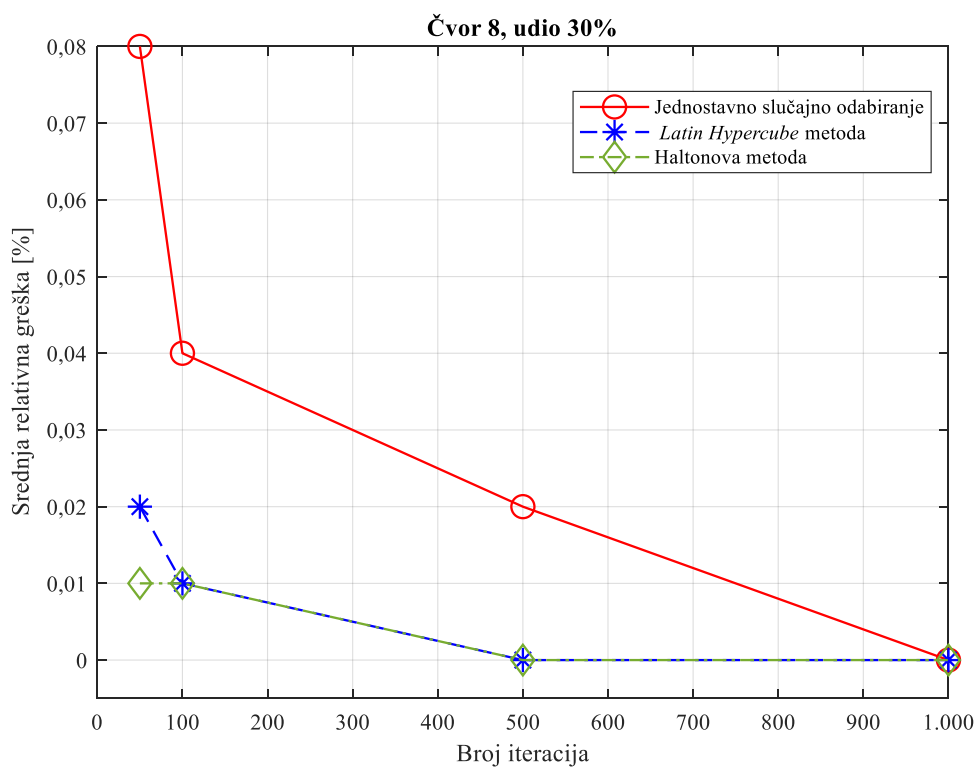
Više raznovrsnih tipova simulacije je izvršeno radi kvalitetnog poređenja dobijenih rezultata. Korišćeni su ulazni parametri odabrani različitim metodama uzorkovanja. Takođe je varirana i veličina uzorka (setovi podataka od 50, 100, 500 i 1.000 vrijednosti/iteracija), ali i veličina sistema i udio distribuiranih izvora dodatih u sistem.

Nakon dodavanja vjetro i solarnih generatora na pojedine čvorove sistema, javlja se problem rasta napona u susjednim čvorovima (osim onih vezanih za konvencionalne generatore i kompenzatore), koji je interesantan za analizu u pogledu posljedica dodavanja obnovljivih izvora u elektroenergetski sistem.

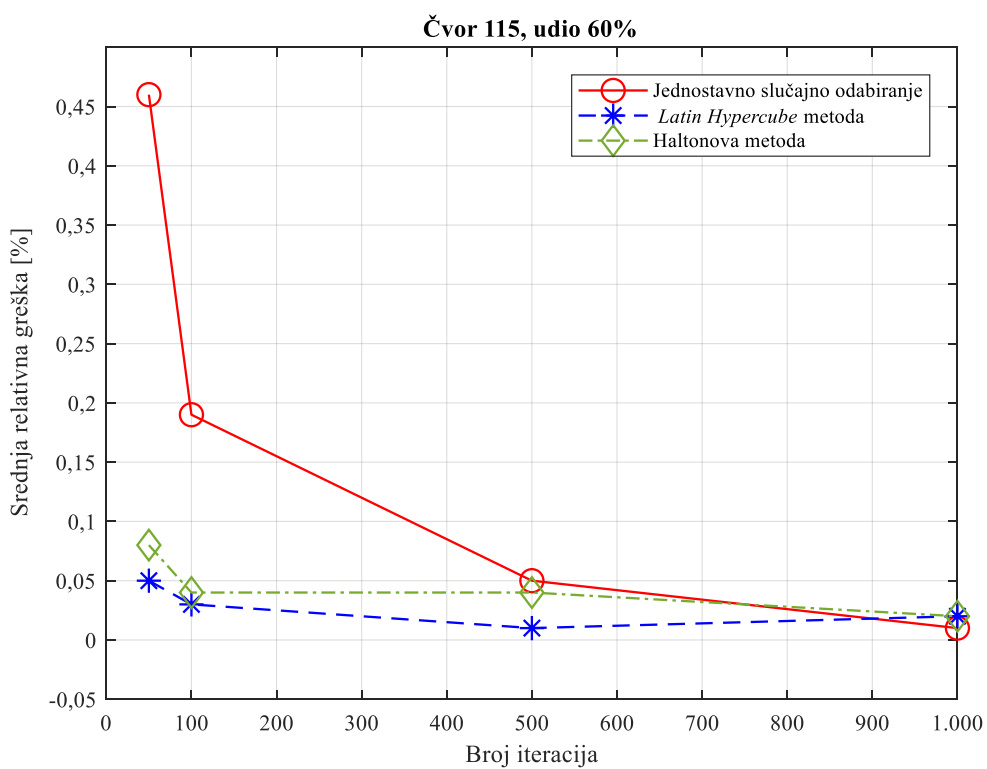
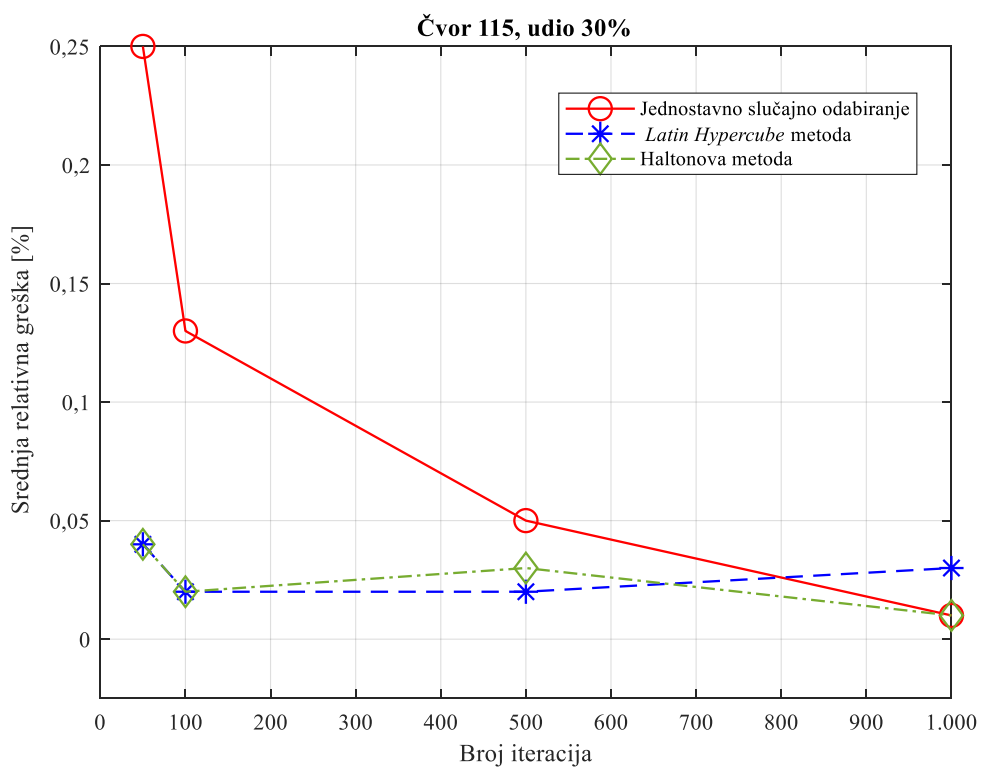
Slike 20, 21 i 22 daju prikaz srednje relativne greške napona u čvoru 14 testnog sistema od 14 čvorova, čvoru 8 testnog sistema od 30 čvorova, kao i čvoru 115 testnog sistema od 118 čvorova, dobijene nakon tri različite vrste uzorkovanja – jednostavnom slučajnom, *Latin Hypercube* i Haltonovom metodom, za sve razmatrane veličine uzorka i udjele proizvodnje iz distribuiranih izvora.



Slika 20 Poređenje srednjih relativnih grešaka vrijednosti napona u čvoru 14 testnog sistema od 14 čvorova



Slika 21 Poređenje srednjih relativnih grešaka vrijednosti napona u čvoru 8 testnog sistema od 30 čvorova



Slika 22 Poređenje srednjih relativnih grešaka vrijednosti napona u čvoru 115 testnog sistema od 118 čvorova

Posmatrajući vrijednosti srednjih relativnih grešaka napona u analiziranim čvorovima, može se zaključiti da rezultati simulacija koje su vršene *Latin Hypercube* i Haltonovom metodom uzorkovanja, nakon razumno malog broja ponavljanja, daju znatno objektivniju sliku stanja sistema u odnosu na simulaciju izvedenu metodom jednostavnog slučajnog uzorkovanja.

Na primjer, uzmimo u obzir vrijednost napona u čvoru 14 testnog sistema od 14 čvorova. Za najmanji broj iteracija, relativna greška proračunatog napona je oko sedam puta veća u slučaju primjene metode jednostavnog slučajnog odabiranja, u poređenju sa preostale dvije metode koje praktično odmah nude rezultate zadovoljavajuće tačnosti. Moguće je izvući sličan zaključak i u slučaju greške u proračunu napona čvora 115 u testnom sistemu od 118 čvorova. U ovom slučaju je greška 25 puta veća na primjeru sistema sa udjelom distribuirane proizvodnje od 30%, odnosno skoro 50 puta veća za sistem sa udjelom od 60%.

Ukoliko poredimo učinkovitost dviju naprednijih numeričkih metoda, možemo primijetiti da rezultati proračuna izvršenog na osnovu uzorkovanja Haltonovom tehnikom mogu stabilno parirati onima dobijenim *Latin Hypercube* odabiranjem. Dakle, Haltonovo odabiranje je jednako primjenjivo za potrebe probabilističkog proračuna tokova snage u sistemima sa vjetro i solarnim generatorima.

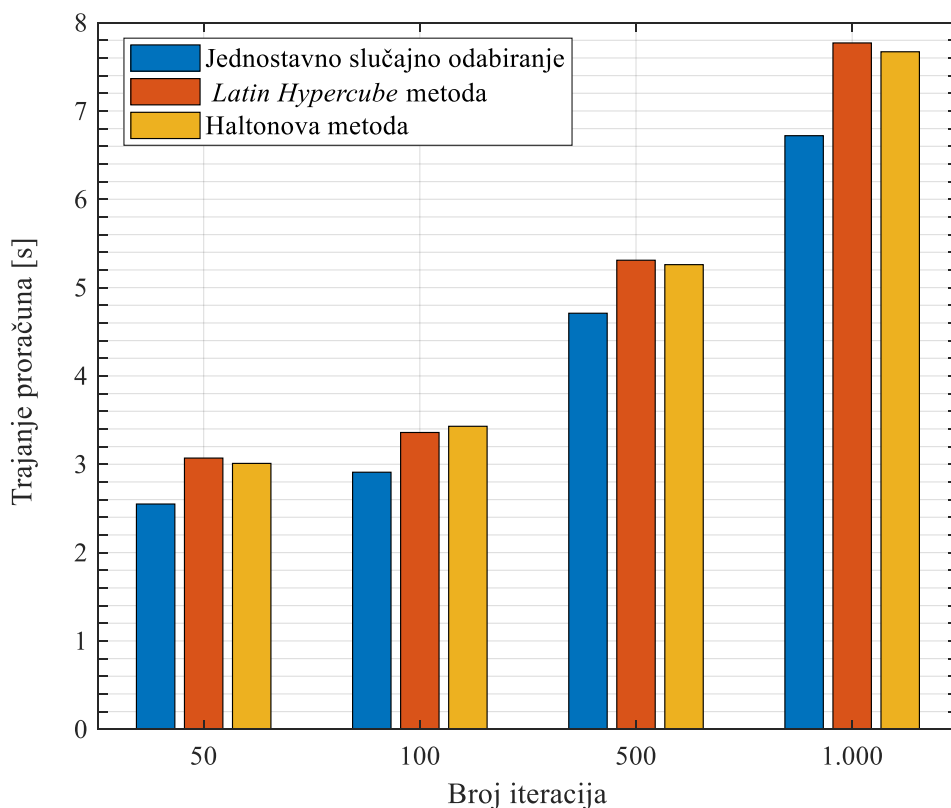
Kada je u pitanju različit uticaj integracije distribuiranih izvora u sistem, obrađeni podaci su opravdali očekivanje da će greške prilikom primjene metode jednostavnog slučajnog odabiranja rasti kako raste nivo penetracije ovakve proizvodnje. Nasuprot tome, rezultati dobijeni *Latin Hypercube* i Haltonovom metodom zadržavaju sličnu razinu preciznosti uprkos rastu nesigurnosti u mreži.

Dodatno, valja uočiti da rastom veličine sistema raste i nepreciznost proračuna. Prilikom primjene kvazi-slučajnih metoda na testni sistem od 118 čvorova, greška je tri do četiri puta veća nego kod manjih sistema od 14 i 30 čvorova. Ipak, i ovakvi nivoi grešaka su zanemarljivi u poređenju sa rezultatima koje isporučuje metoda koja korisiti jednostavno slučajno odabiranje.

Poredeći *Latin Hypercube* i Haltonovu metodu, možemo primijetiti da je potonja metoda blago preciznija prilikom analize sistema sa manjim brojem čvorova, što se

poklapa sa pomenutim nedostatkom Haltonovog uzorkovanja u slučaju problema većih dimenzija. Naravno, za potrebe analize tokova snaga u većem sistemu, onom od 118 čvorova, razlika između dvije metode je praktično zanemarljiva i ne kvari utisak o Haltonovoj metodi kao jednako upotrebljivoj i korisnoj za ovakvu vrstu proračuna.

Dodatni aspekt analize primjenjivosti razmatranih metoda je i vrijeme potrebno za računsku realizaciju analize tokova snaga. U skladu sa tim, slika 23 prikazuje prosječno trajanje proračuna za izvršene simulacije zavisno od tipa uzorkovanja i broja ponavljanja.



Slika 23 Trajanje proračuna za različite metode uzorkovanja

Prikazani podaci pokazuju da je vrijeme proračuna za odgovarajući broj ponavljanja približno isto za sve tri metode uzorkovanja. *Latin Hypercube* i Haltonova metoda su, međutim, sposobne da isporuče zadovoljavajuće rezultate već nakon tri sekunde, dok metoda jednostavnog slučajnog odabiranja nudi dovoljno precizne rezultate tek nakon analize od hiljadu iteracija za koju je potrebno duplo više vremena.

7. ZAKLJUČAK

U ovom radu je predstavljen probabilistički pristup analizi tokova snaga u elektroenergetskim sistemima zasnovan na numeričkim tehnikama. Predložena je mogućnost primjene Haltonove metode uzorkovanja za potrebe proračuna i razmatrana njena učinkovitost u odnosu na osnovnu tehniku odabiranja vrijednosti – jednostavno slučajno odabiranje, kao i kvazi-slučajnu *Latin Hypercube* tehniku koja je odranije prisutna u literaturi koja tretira ovu tematiku. Fokus istraživanja bio je na izazovima modernih električnih mreža u kontekstu rastućih nesigurnosti koje se pojavljuju, počevši od obnovljivih izvora čija proizvodnja direktno zavisi od meteoroloških uslova, pa do uvođenja kategorije *prosumer*-a sa vrlo promjenljivom potrošnjom koja se više ne smije posmatrati na determinističkim osnovama.

U prvim poglavljima rada data je teorijska osnova analize tokova snaga. Zatim je iznijet osvrt na probabilistički pristup ovoj analizi uz temeljan pregled dostupne literature koji predstavlja solidnu bazu za dalje istraživanje ovog polja. Takođe su pojašnjeni osnovni pojmovi teorije vjerovatnoće, kao i karakteristike nekih raspodjela vjerovatnoće od značaja za dalju analizu. Nakon toga je prikazan način modelovanja slučajnih promjenljivih (proizvodnje vjetro i solarnih generatora, kao i potrošnje) i predstavljene su metode za uzorkovanje vrijednosti u statističkom istraživanju koje je uslijedilo.

Primjer primjene predložene metode realizovan je kroz nekoliko različitih simulacija u kojima su varirane tehnike uzorkovanja vrijednosti, veličina elektroenergetskog sistema, prisutnost distribuiranih izvora zasnovanih na snazi vjetro i sunca, kao i trajanje proračuna, tj. potreban broj ponavljanja u iterativnom numeričkom postupku.

Početno stanovište istraživanja bilo je da probabilistička analiza sistema oslonjena na jednostavno slučajno odabiranje nije prihvatljiva za brze proračune u smislu tačnosti rezultata. Cilj procesa bio je da se pokaže da metoda koja kao ulazne parametre koristi vrijednosti dobijene Haltonovim uzorkovanjem može dati kvalitetne

rezultate poput drugih utemeljenih naprednih numeričkih tehnika kakva je *Latin Hypercube* metoda.

Rezultati sprovedenih simulacija su opravdali očekivanja imajući u vidu da je proračunata relativna greška analiziranog napona u mreži nakon primjene Haltonove metode bila višestruko manja i potvrdili tezu njene nadmoći nad jednostavnim slučajnim odabiranjem, te mogućnost primjene u oblasti analize tokova snaga, kvaliteta napona i uoštenu planiranja rada i razvoja elektroenergetskih sistema.

Posmatrajući zadovoljavajuće ponašanje predložene metode u sistemima sa odgovarajućim udjelom obnovljivih izvora, možemo zaključiti da će neminovnim rastom nesigurnosti u sistemu rasti i atraktivnost njezine primjene.

Potrebno je, ipak, imati u vidu ograničenja istraživanja datog u ovom radu. Prilikom modelovanja proizvodnje vjetro i solarnih generatora nije uzeta u razmatranje međuzavisnost meteoroloških fenomena vjetra i oblačnosti koja se posljedično prenosi na zavisnosti i u proizvodnji. Dodatno, moguće je uspostaviti vezu i između proizvodnje ovakvih izvora i potrošnje u kontekstu sezonalnih trendova. Osim toga, najnoviji napredni modeli vjetra targetiraju brzinu sekundnom rezolucijom čime ovaj parametar postaje zavisn od vremena, budući da trenutna brzina vjetra zavisi od one od prije svega nekoliko sekundi. Sve navedeno, ali i verifikacija primjene metode na realni sistem, predstavlja potencijalne smjerove daljeg istraživanja koje bi pružilo dodatni uvid u performanse metode i njenu praktičnu upotrebu.

Konačno, razumno je očekivanje da će u svijetlu rasta udjela energije proizvedene iz obnovljivih izvora, masovne primjene električnih vozila, implementacije baterijskih sistema i sveobuhvatne transformacije električne mreže, primjena probabilističkog pristupa analizi tokova snaga utemeljenog na kvazi-slučajnim numeričkim tehnikama uzorkovanja biti kvalitetna podrška razumijevanju ponašanja elektroenergetskih sistema budućnosti.

LITERATURA

- [1] M. Sencar, V. Pozeb and T. Krope, "Development of EU (European Union) energy market agenda and security of supply," *Energy*, vol. 77, pp. 117-124, 2014.
- [2] United Nations, "Transforming our world: the 2030 Agenda for Sustainable Development," 2015. [Online]. Available: <https://undocs.org/en/A/RES/70/1>. [Accessed 13 November 2022].
- [3] European Commission, "The European Green Deal," 2019. [Online]. Available: <https://eur-lex.europa.eu/legal-content/EN/TXT/?uri=COM:2019:640:FIN>. [Accessed 13 November 2022].
- [4] REN21 Secretariat, "Renewables 2022 Global Status Report," 2022. [Online]. Available: <https://www.ren21.net/gsr2022-full-report>. [Accessed 2 November 2022].
- [5] A. T. D. Perera, V. M. Nik, D. Mauree and J.-L. Scartezzini, "Electrical hubs: An effective way to integrate non-dispatchable renewable energy sources with minimum impact to the grid," *Applied Energy*, vol. 190, pp. 232-248, 2017.
- [6] A. Werth, P. Gravino and G. Prevedello, "Impact analysis of COVID-19 responses on energy grid dynamics in Europe," *Applied Energy*, vol. 281, no. 116045, 2021.
- [7] WindEurope, "Daily Wind Power Numbers," 6 November 2022. [Online]. Available: <https://windeurope.org/about-wind/daily-wind-archive/2022-09-17/>.
- [8] T. U. Solanke, V. K. Ramachandaramurthy, J. Y. Yong, J. Pasupuleti, P. Kasinathan and A. Rajagopalan, "A review of strategic charging–discharging control of grid-connected electric vehicles," *Journal of Energy Storage*, vol. 28, no. 101193, 2020.

- [9] C. Wu, F. Wen, Y. Lou and F. Xin, "Probabilistic load flow analysis of photovoltaic generation system with plug-in electric vehicles," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 64, pp. 1221-1228, 2015.
- [10] S. Conti and S. Raiti, "Probabilistic Load Flow for Distribution Networks with Photovoltaic Generators Part 1: Theoretical Concepts and Models," in *2007 International Conference on Clean Electrical Power*, Capri, Italy, 2007.
- [11] A. Zakaria, F. B. Ismail, M. S. Hossain Lipu and M. A. Hannan, "Uncertainty models for stochastic optimization in renewable energy applications," *Renewable Energy*, vol. 145, pp. 1543-1571, 2020.
- [12] I. Vujošević, *Analiza elektroenergetskih sistema 1*, Podgorica: Elektrotehnički fakultet, 2006.
- [13] X.-F. Wang, Y. Song and M. Irving, *Modern Power Systems*, New York: Springer, 2008.
- [14] J. M. Sexauer and S. Mohagheghi, "Voltage Quality Assessment in a Distribution System With Distributed Generation - A Probabilistic Load Flow Approach," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 28, no. 3, pp. 1652-1662, July 2013.
- [15] "Voltage characteristics of electricity supplied by public electricity networks," *European Committee for Electrotechnical Standardization*, 2010.
- [16] P. Chen, Z. Chen and B. Bak-Jensen, "Probabilistic load flow: A review," *Third International Conference on Electric Utility Deregulation and Restructuring and Power Technologies Nanjing*, pp. 1586-1591, 2008.
- [17] B. Borkowska, "Probabilistic Load Flow," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, Vols. PAS-93, no. 3, pp. 752-759, May 1974.
- [18] B. R. Prusty and D. Jena, "A critical review on probabilistic load flow studies in uncertainty constrained power systems with photovoltaic generation and a new approach," *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, vol. 69, pp. 1286-1302,

2017.

- [19] R. Allan and M. Al-Shakarchi, "Probabilistic a.c. load flow," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 123, no. 6, pp. 531-536, June 1976.
- [20] R. N. Allan and A. M. Leite da Silva, "Probabilistic load flow using multilinearisations," *IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 128, no. 5, pp. 280-287, September 1981.
- [21] A. M. Leite de Silva and V. L. Arienti, "Probabilistic load flow by a multilinear simulation algorithm," *IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 137, no. 4, pp. 276-282, July 1990.
- [22] R. N. Allan, C. H. Grigg and M. R. G. Al-Shakarchi, "Numerical techniques in probabilistic load flow problems," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 10, no. 4, pp. 853-860, 1976.
- [23] R. N. Allan, A. M. Leite da Silva, A. A. Abu-Nasser and R. C. Burchett, "Discrete Convolution in Power System Reliability," *IEEE Transactions on Reliability*, Vols. R-30, no. 5, pp. 452-456, December 1981.
- [24] H. R. Sirisena and E. P. M. Brown, "Representation of non-Gaussian probability distributions in stochastic load-flow studies by the method of Gaussian sum approximations," *IEE Proceedings C - Generation, Transmission and Distribution*, vol. 130, no. 4, pp. 165-171, July 1983.
- [25] B. Prusty and D. Jena, "Sequence operation theory based probabilistic load flow assessment with photovoltaic generation," *Michael Faraday IET International Summit 2015*, pp. 164-169, September 2015.
- [26] L. A. Sanabria and T. Dillon, "Stochastic power flow using cumulants and Von Mises functions," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 8, no. 1, pp. 47-60, January 1986.
- [27] P. Zhang and S. T. Lee, "Probabilistic Load Flow Computation Using the Method

- of Combined Cumulants and Gram-Charlier Expansion," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 676-682, March 2004.
- [28] J. Usaola, "Probabilistic load flow in systems with wind generation," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 3, no. 12, pp. 1031-1041, 2009.
- [29] Y. Yuan, J. Zhou, P. Ju and J. Feuchtwang, "Probabilistic load flow computation of a power system containing wind farms using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion," *IET Renewable Power Generation*, vol. 5, no. 6, pp. 448-454, 2011.
- [30] J. Usaola, "Probabilistic load flow with wind production uncertainty using cumulants and Cornish-Fisher expansion," *Electrical Power and Energy Systems*, vol. 31, pp. 474-481, 2009.
- [31] M. Fa, V. Vittal, G. T. Heydt and R. Ayyanar, "Probabilistic Power Flow Studies for Transmission Systems With Photovoltaic Generation Using Cumulants," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 4, pp. 2251-2261, November 2012.
- [32] D. Cai, J. Chen, D. Shi, X. Duan, H. Li and M. Yao, "Enhancements to the Cumulant Method for probabilistic load flow studies," *2012 IEEE Power and Energy Society General Meeting San Diego*, pp. 1-8, 2012.
- [33] X. Deng, P. Zhang, K. Jin, J. He, X. Wang and Y. Wang, "Probabilistic load flow method considering large-scale wind power integration," *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, vol. 7, pp. 813-825, 2019.
- [34] T. Williams and C. Crawford, "Probabilistic Load Flow Modeling Comparing Maximum Entropy and Gram-Charlier Probability Density Function Reconstructions," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 1, pp. 272-280, February 2013.
- [35] M. T. Kenari, M. S. Sepasian, M. S. Nazar and H. A. Mohammadpour, "Combined cumulants and Laplace transform method for probabilistic load flow analysis," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 11, no. 14, pp. 3548-3556, October

2017.

- [36] W. Wu, K. Wang, G. Li, X. Jiang and Z. Wang, "Probabilistic load flow calculation using cumulants and multiple integrals," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 10, no. 7, pp. 1703-1709, 2016.
- [37] U. H. Ramadhani, M. Shepero, J. Munkhammar, J. Widén and N. Etherden, "Review of probabilistic load flow approaches for power distribution systems with photovoltaic generation and electric vehicle charging," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 120, no. 106003, September 2020.
- [38] H. Yu, C. Y. Chung, K. P. Wong, H. W. Lee and J. H. Zhang, "Probabilistic Load Flow Evaluation With Hybrid Latin Hypercube Sampling and Cholesky Decomposition," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 24, no. 2, pp. 661-667, May 2009.
- [39] D. Cai, D. Shi and J. Chen, "Probabilistic load flow computation using Copula and Latin hypercube sampling," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 8, no. 9, pp. 1539-1549, September 2014.
- [40] J. Zhang, G. Xiong, K. Meng, P. Yu, G. Yao and Z. Dong, "An improved probabilistic load flow simulation method considering correlated stochastic variables," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 111, pp. 260-268, October 2019.
- [41] T. Cui and F. Franchetti, "A Quasi-Monte Carlo approach for radial distribution system probabilistic load flow," *2013 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference (ISGT) Washington*, pp. 1-6, 2013.
- [42] M. Hajian, W. D. Rosehart and H. Zareipour, "Probabilistic Power Flow by Monte Carlo Simulation With Latin Supercube Sampling," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 2, pp. 1550-1559, May 2013.
- [43] D. Cai, D. Shi and J. Chen, "Probabilistic load flow with correlated input random variables using uniform design sampling," *International Journal of Electrical*

Power & Energy Systems, vol. 63, pp. 105-112, December 2014.

- [44] L. Zhang, H. Cheng, S. Zhang, P. Zeng and L. Yao, "Probabilistic power flow calculation using the Johnson system and Sobol's quasi-random numbers," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 10, no. 12, pp. 3050-3059, August 2016.
- [45] N. Soleimanpour and M. Mohammadi, "Probabilistic Load Flow by Using Nonparametric Density Estimators," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 28, no. 4, pp. 3747-3755, November 2013.
- [46] M. Rouhani, M. Mohammadi and A. Kargarian, "Parzen Window Density Estimator-Based Probabilistic Power Flow With Correlated Uncertainties," *IEEE Transactions on Sustainable Energy*, vol. 7, no. 3, pp. 1170-1181, July 2016.
- [47] E. Rosenblueth, "Point estimates for probability moments," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 72, no. 10, pp. 3812-3814, October 1975.
- [48] G. Verbic and C. A. Canizares, "Probabilistic Optimal Power Flow in Electricity Markets Based on a Two-Point Estimate Method," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 21, no. 4, pp. 1883-1893, November 2006.
- [49] E. Rosenblueth, "Two-point estimates in probabilities," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 5, no. 5, pp. 329-335, October 1981.
- [50] E. Caro, J. M. Morales, A. J. Conejo and R. Minguez, "Calculation of Measurement Correlations Using Point Estimate," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 25, no. 4, pp. 2095-2103, October 2010.
- [51] M. E. Harr, "Probabilistic estimates for multivariate analyses," *Applied Mathematical Modelling*, vol. 13, no. 5, pp. 313-318, May 1989.
- [52] H. P. Hong, "An efficient point estimate method for probabilistic analysis," *Reliability Engineering & System Safety*, vol. 59, no. 3, pp. 261-267, March 1998.

- [53] P. Caramia, G. Carpinelli and P. Varilone, "Point estimate schemes for probabilistic three-phase load flow," *Electric Power Systems Research*, vol. 80, pp. 168-175, 2010.
- [54] A. Soroudi, M. Aien and M. Ehsan, "A Probabilistic Modeling of Photo Voltaic Modules and Wind Power Generation Impact on Distribution Networks," *IEEE Systems Journal*, vol. 6, no. 2, pp. 254-259, June 2012.
- [55] Y. Che, X. Wang and X. Lv, "Probabilistic load flow using improved three point estimate method," *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, vol. 117, no. 105618, May 2020.
- [56] M. Aien, M. Fotuhi-Firuzabad and F. Aminifar, "Probabilistic Load Flow in Correlated Uncertain Environment Using Unscented Transformation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 27, no. 4, pp. 2233-2241, November 2012.
- [57] Y. Hong, F. Lin and T. Yu, "Taguchi method-based probabilistic load flow studies considering uncertain renewables and loads," *IET Renewable Power Generation*, vol. 10, no. 2, pp. 221-227, February 2016.
- [58] G. Carpinelli, R. Rizzo, P. Caramia and P. Varilone, "Taguchi's method for probabilistic three-phase power flow of unbalanced distribution systems with correlated Wind and Photovoltaic Generation Systems," *Renewable Energy*, vol. 117, pp. 227-241, March 2018.
- [59] I. Kostić-Kovačević, *Verovatnoća i statistika sa zbirkom zadataka*, Beograd: Univerzitet Singidunum, 2019.
- [60] E. T. Jaynes, *Probability Theory: The Logic of Science*, Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [61] J. K. Blitzstein and J. Hwang, *Introduction to Probability*, CRC Press, 2014.
- [62] V. Jevremović, *Rečnik statističkih termina*, Beograd: Republički zavod za statistiku, 2019.

- [63] T. L. Burton, N. Jenkins, E. Bossanyi, D. Sharpe and M. Graham, *Wind Energy Handbook*, 3rd ed., John Wiley & Sons, 2021.
- [64] P. Breeze, *Wind Power Generation*, Elsevier Science, 2015.
- [65] IRENA - International Renewable Energy Agency, "Wind energy," [Online]. Available: <https://www.irena.org/Energy-Transition/Technology/Wind-energy>. [Accessed 23 January 2023].
- [66] Our World in Data, "Share of electricity production from wind," [Online]. Available: <https://ourworldindata.org/grapher/share-electricity-wind>. [Accessed 15 January 2023].
- [67] J. Radović, "Energija vjetra," in *Distribuirani izvori električne energije – Predavanja*, Podgorica, Elektrotehnički fakultet, 2018.
- [68] Jalonsom, "Functional schematic of the structure of a wind turbine," 29 September 2016. [Online]. Available: https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Wind_turbine_schematic.svg. [Accessed 12 January 2023].
- [69] "Meteoblue," [Online]. Available: <http://www.meteoblue.com>. [Accessed 10 June 2020].
- [70] G. E. Constante-Flores and M. Illindala, "Data-driven probabilistic power flow analysis for a distribution system with Renewable Energy sources using Monte Carlo Simulation," in *IEEE/IAS 53rd Industrial and Commercial Power Systems Technical Conference (I&CPS)*, Niagara Falls, ON, Canada, 2017.
- [71] J. Radović, "Sunčeva energija i njeno pretvaranje u električnu energiju," in *Distribuirani izvori električne energije - predavanja 2*, Podgorica, Elektrotehnički fakultet, 2013.
- [72] A. Smets, K. Jager, O. Isabella, R. van Swaaij and M. Zeman, *Solar Energy - The physics and engineering of photovoltaic conversion, technologies and systems*,

Cambridge: UIT Cambridge Ltd., 2016.

- [73] Our World In Data, "Installed solar energy capacity," [Online]. Available: <https://ourworldindata.org/renewable-energy#installed-solar-capacity>. [Accessed 20 November 2022].
- [74] Our World in Data, "Solar PV module prices," [Online]. Available: <https://ourworldindata.org/grapher/solar-pv-prices>. [Accessed 2022 November 2022].
- [75] P. Gupta, "India's solar-powered future clashes with local life," BBC News, 14 October 2022. [Online]. Available: <https://www.bbc.com/news/business-62848096>. [Accessed 27 November 2022].
- [76] A. P. Dobos, "PVWatts Version 5 Manual," National Renewable Energy Laboratory (NREL), Golden (CO), USA, 2014.
- [77] "PVWatts® Calculator," National Renewable Energy Laboratory (NREL), [Online]. Available: <https://pvwatts.nrel.gov/>. [Accessed 2022 December 10].
- [78] R. Billinton and D. Huang, "Effects of Load Forecast Uncertainty on Bulk Electric System Reliability Evaluation," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 23, no. 2, pp. 418-425, 22 April 2008.
- [79] S. K. Thompson, Sampling, Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2012.
- [80] W. L. Dunn and J. K. Shultis, Exploring Monte Carlo Methods, Amsterdam: Elsevier B.V., 2012.
- [81] J. H. Halton, "On the Efficiency of Certain Quasi-Random Sequences of Points in Evaluating," *Numerische Mathematik*, vol. 2, pp. 84-90, 1960.
- [82] I. M. Sobol, "On the distribution of points in a cube and the approximate evaluation of integrals," *USSR Computational Mathematics and Mathematical Physics*, vol. 7, no. 4, pp. 86-112, 1967.

- [83] G. Weerasinghe, H. Chi and Y. Cao, "Particle Swarm Optimization Simulation via Optimal Halton Sequences," *Procedia Computer Science*, vol. 80, pp. 772-781, 2016.
- [84] L. Kocis and W. J. Whiten, "Computational investigations of low-discrepancy sequences," *ACM Transactions on Mathematical Software*, vol. 23, no. 2, pp. 266-294, 1997.
- [85] University of Washington, "Power Systems Test Case Archive," [Online]. Available: <https://labs.ece.uw.edu/pstca/>. [Accessed 27 July 2021].
- [86] F. Ahmad, "Enhancement of the Voltage Profile for an IEEE-14 Bus System by Using FACTS Devices," in *Applications of Computing, Automation and Wireless Systems in Electrical Engineering*, Singapore, Springer, 2019, p. 553.
- [87] M. De and S. K. Goswami, "A Direct and Simplified Approach to Power-flow Tracing and Loss Allocation Using Graph Theory," *Electric Power Components and Systems*, vol. 38, pp. 241-259, 2010.
- [88] P. Fernández-Porras, M. Panteli and J. Quirós-Tortós, "Intentional Controlled Islanding: When to Island for Power System," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 12, no. 14, pp. 3542-3549, 2018.
- [89] R. D. Zimmerman, C. E. Murillo-Sánchez and R. J. Thomas, "MATPOWER: Steady-State Operations, Planning, and Analysis Tools for Power Systems Research and Education," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 26, no. 1, pp. 12-19, 2011.